

STATENS FORSKNINGSENTER FOR ARBEIDSMEDISIN OG YRKESHYGIENE

Postadresse: P. b. 8149 Dep. 0033 Oslo 1 - Kontoradresse: Gydas vei 8 - Tlf. 02-46 68 50 - Bankgiro 0629.05.81247 - Postgiro 2 00 02 14

Tittel: **PRØVETAGNINGSTRATEGI OG BEREGNINGER VED ARBEIDSMILJØUNDERSØKELSER**

4. reviderte utgave.

1. utgave HD 804/79

2. reviderte utgave 1981

3. omarbeidede utgave HD 921/85

Forfatter(e): **Jørgen Jahr**

Prosjektansvarlig:

Prosjektmedarbeidere:

Utgiver (institutt): **AMY**

Dato: 15 12 87 Antall sider: 36

ISSN: 0801-7794

Serie: HD 972/87 FOU

Sammendrag:

Det gis en beskrivelse av et prøvetagningssystem som skal gi representative prøver for en enkelt person, en gruppe personer, en bestemt type arbeid, eller et bestemt sted/område og dessuten gi kontroll med eventuelle endringer over lengre tid.

For måleresultatene er vist metoder for å bestemme fordelingen, geometrisk og aritmetisk middel med konfidensgrenser, samt autokorrelasjon. Metodene avhenger av om resultatene bare skal være gyldige bare for den enkelte prøveserie, eller om de skal gjelde generelt for den populasjonen prøvene kommer fra.

Stikkord:

Prøvetagning, strategi,
beregningsmetoder, statistikk

Key words:

Sampling strategy,
calculations,
statistics

PRØVETAGNINGSTRATEGI OG BEREGNINGER VED ARBEIDSMILJØUNDERSØKELSER

INNHold	Side
1. INNLEDNING	3
1.1 Definisjoner av viktige begrep	3
1.2 Omfang og hensikt	4
1.3 Prinsipp for prøvetagningsstrategi	5
1.4 Begrensninger	5
2. PRØVETYPEN	5
2.1 Eksponeringsprøver	5
2.2 Biologiske prøver	5
2.3 Stasjonære prøver	6
2.4 Mobile prøver	6
3. OVER HVOR LANG TID SKAL PRØVENE TAS?	6
3.1 Skiftprøver	6
3.2 Langtidsprøver	7
4. HVEM SKAL DET TAS PRØVER FOR OG HVOR MANGE?	7
4.1 Individuelle prøver	7
4.2 Prøver for operatørgrupper	7
5. PERIODISKE ELLER RANDOMISERTE PRØVER?	8
6. SYSTEMATISK PRØVETAGNINGSTRATEGI FOR ET ARBEIDSSOMRÅDE	10
7. STATISTISKE BEREGNINGER	14
7.1 Generelt	14
7.2 Egenskaper ved den lognormale fordeling	14
7.3 Kontroll av fordelingen	15
7.4 Beregninger når prøvetagningstiden er konstant	16
7.5 Beregninger når prøvetagningstiden varierer innenfor prøvetagningsperioden	20
7.6 Bruk av tidligere resultater	20
7.7 Beregninger som omfatter ikke-påvisbare konsentrasjoner	21
7.8 Beregninger for resultater med autokorrelasjon	22
8. VURDERING AV RESULTATENE	24
9. LITTERATUR	24
10. FIGURER	26
11. TABELLER	32

PRØVETAGNINGSTRATEGI OG BEREKNINGER VED ARBEIDSMILJØUNDER- SØKELSER

1. INNLEDNING:

Heftet er beregnet på personer som vil studere arbeidsmiljø. Det er ikke foretatt noen vesentlige endringer fra forrige utgave, men et nytt avsnitt om ikke-linjær autokorrelasjon er tilføyet. Før heftet leses, bør definisjonene nedenfor studeres.

1.1 DEFINISJONER AV VIKTIGE BEGREP

Administrativ norm (AN). Verdi angitt av Direktoratet for arbeidstilsynet (1984), "--- satt for bruk ved vurdering av arbeidsmiljøstandarden på arbeidsplassen---".

Arbeidsområde. Del av en bedrift eller et firma. Delen kan være definert enten ved lokalisering eller organisasjon og omfatter minst én arbeidsplass.

Arbeidsplass. Et definert område hvor minst en person arbeider fast eller periodisk.

Autokorrelasjon er en sammenheng mellom flere måleverdier som følger etter hverandre i tid, slik at når én verdi er kjent, kan verdien av den neste forutsies tilnærmet.

Basisdata (grunnleggende kunnskap). Beskrivelse av eller data om:

- produksjonsmetoder
- maskiner og annet utstyr
- stoffer som brukes/produseres, inklusive biprodukter og forurensninger
- hvor og når forurensende stoffer kan komme ut i arbeidsatmosfæren
- hvor, når, for hvor lang tid og i hvilken grad det er sannsynlig at arbeidstakerne kan bli eksponert
- temperaturforhold i lokalet og de forskjellige prosesser
- andre klimatiske forhold, både ute og inne
- personlige data for arbeidstakerne: Navn, nr., fødselsdato (evt. fødselsnr.) og tidligere arbeidshistorie (sted, tid, arbeidsmiljødata osv.). Konfidensielle medisinske persondata registreres av bedriftshelsetjenesten.

Eksponering. Luftforurensning i en persons innåndingssone. (Brukes her i snevrere betydning enn vanlig).

Fullskiftprøve(r). En prøve eller flere sekvensprøver som dekker minst 90% av hele arbeidstiden én dag.

Innåndingssone. Et område mellom ansiktet og et kuleskall med radius 170 mm og med tenkt sentrum mitt mellom ørene.

Konfidensgrenser (KG). Det området den sanne middelvei med en valgt sannsynlighet ligger innenfor. Det forutsettes at det ikke forekommer systematiske feil i prøvetagning eller analyse.

4

Korttidsnorm (KN). AN for inntil 15 minutter.

Korttidsprøver. Prøver med kortere prøvetagningstid enn fullskiftprøver, men lengre enn 2 minutter.

Periodiske prøver. Prøver som tas jevnt fordelt over prøvetagningsperioden.

Personlig prøve. Eksponeringsprøve eller biologisk prøve.

Populasjon. En gruppe av personer, gjenstander eller annet (her: det totale antall mulige måleresultater i en prøveserie) som det, for statistisk vurdering, fremtas et begrenset antall av.

Prosentil (B). B % av måleverdiene er lik eller lavere enn den verdi prosentilet angir. (Eks. Hvis 95 prosentilet $B_{95} = 3 \text{ mg/m}^3$, er 95% av målingene $< 3 \text{ mg/m}^3$ og 5 % av målingene $> 3 \text{ mg/m}^3$).

Prøvetagningsperiode. Det tidsrom man tar en prøveserie over.

Prøvetagningsplan. En plan som gir detaljer om hvor, når og hvordan prøver skal tas.

Prøvetagningsstrategi. Et generelt prøvetagningssystem som sammen med minst én prøvetagningsplan vil gi representative prøver for eksponeringen og for kontrollen med eventuelle endringer.

Prøvetagningstid. Tidsrommet fra prøvetagningsapparatet startes til det stoppes.

Punktprøver. Prøver som tas med prøvetagningstid lik eller kortere enn 2 minutter.

Randomiserte prøver. Prøver som tas med start på tilfeldige tidspunkt innen en prøvetagningsperiode.

Sekvensprøver. Prøver som tas direkte etter hverandre.

Skift brukes her om en arbeidsperiode (økt) på 7-8 timer.

Trend. Konsentrasjonen øker med tiden eller avtar med tiden.

1.2. OMFANG OG HENSIKT

Den enkelte operatørs eksponering varierer i de fleste tilfelle både i løpet av arbeidsdagen, fra dag til dag, med værforhold og årstider, og ikke minst med forandringer i prosess eller råmaterialer.

I praksis er det ikke mulig å måle hver enkelt operatørs eksponering hver dag, hele arbeidslivet. Hensikten med prøvetagningsstrategien er å legge opp et system som med færrest mulig prøver gir nødvendige og representative data for å kunne:

- sammenligne arbeidstakernes eksponering med en aktuell stan-

dard, f.eks. de administrative normer (AN) fra Direktoratet for Arbeidstilsynet (1984 eller senere)

- foreslå forbedringer av miljøet
- legge grunnlag for senere epidemiologiske undersøkelser
- kontrollere virkningen av forandringer
- kontrollere at det ikke skjer en gradvis forverring av arbeidsmiljøet.

I denne forbindelse er det en rekke spørsmål som søkes besvart:

- Hvilke typer prøver bør samles inn?
- Over hvor lang tid skal prøvene tas?
- Hvem skal det tas prøver for?
- Hvor ofte og hvor mange prøver må tas?
- Kan det lages et system for prøvetagningsstrategi som kan brukes generelt?
- Hvilke statistiske beregningsmetoder bør brukes?

1.3 PRINSIPP FOR PRØVETAGNINGSTRATEGI

Figur 1 viser den generelle prøvetagningsstrategi som består av to hoveddeler:

a) En grunnleggende undersøkelse med forbedringer av arbeidsmiljøet hvis nødvendig. Undersøkelsen fortsetter til arbeidstakernes eksponering er akseptabel.

b) Rutinemålinger for å kontrollere at arbeidsforholdene ikke blir gradvis dårligere.

1.4 BEGRENSNINGER

Rent praktiske prøvetagningsmetoder og analysemetoder tas ikke med her. Opplysninger kan fås fra AMY. Se også NIOSH (1977-). Luftforurensningenes art, egenskaper og fysiologiske virkninger, eller hvordan man skal hindre eksponering, er ikke omtalt.

2. PRØVETYPEN

2.1 EKSPONERINGSRØVER

Disse tas oftest ved å henge et bærbart utstyr på operatøren med luftinntaket i innåndingssonen. Hvis prøvetagningstiden er kort, f.eks. bare noen minutter under en spesiell arbeidsoperasjon, vil det ofte være hensiktsmessig at en annen person holder prøvetagningsutstyret i operatørens innåndingssone. Aerosoler er nærmere beskrevet av Jahr (1987).

2.2 BIOLOGISKE PRØVER

I en del tilfelle er det en rimelig sammenheng mellom eksponeringen for et stoff og konsentrasjonen i biologiske prøver som f.eks. urin og/eller blod. Slike prøver kan da brukes til rutine-

6

kontroll, men det må alltid tas supplerende eksponeringsmålinger.

Opptak utenfor arbeidsplassen kan gi et betydelig bidrag til konsentrasjonen i biologiske prøver. Opptak kan også skyldes at man på arbeidsplassen f.eks. ruller sigaretter eller stapper pipe med forurensede fingre. Hvis man finner for høye verdier i biologiske prøver må man derfor både foreta eksponeringsmålinger og undersøke andre opptaksmuligheter.

Kvikksølv i urin, bly i blod og/eller ALA i urin samt fluorid i urin er typiske eksempler på biologiske målinger som er egnet til rutinekontroll av eksponering, med de forbehold som er nevnt ovenfor. Se Wandel og Levy (1984).

2.3 STASJONÆRE PRØVER

I noen tilfelle vil stasjonære prøver være representative for operatørens eksponering. Dette må i så fall kontrolleres med mellomrom ved å ta samtidige eksponeringsprøver.

Stasjonære prøver er ellers egnet til løpende langtidskontroll for å oppdage gradvis eller plutselig endring av den generelle arbeidsatmosfære.

2.4 MOBILE PRØVER

Mobile prøver har sin berettigelse hvor det er vanskelig å få plassert stasjonær prøvetagningsapparat, hvor det er betydelige svingninger i forurensningskonsentrasjonen på faste prøvesteder, hvor lokalene er så store at man måtte ha et urimelig stort antall faste prøvesteder, samt på arbeidssteder hvor operatørene flytter seg fra sted til sted. Et typisk eksempel er aluminium-elektrolysehaller hvor alle disse betingelsene er til stede.

3. OVER HVOR LANG TID SKAL PRØVENE TAS?

3.1 SKIFTPRØVER

Figur 2 viser forskjellige muligheter for prøvetagning over 8 timer eller et skift. Vær oppmerksom på at det kan være betydelige forskjeller i eksponeringen på f.eks. nattskift og formiddagsskift.

Fullskiftprøver gir sann middelerverdi (bortsett fra måle- og analysefeil) for et skift enten det tas bare én prøve eller sekvensprøver. Med bare én prøve får man ingen informasjon om variasjonen i løpet av skiftet, medmindre man har et registrerende måleutstyr, se figur 3.

Korttidsprøver og punktprøver kan gi god informasjon om variasjoner, men gir ikke sann middelerverdi, hvis de ikke er sekvensprøver. Man kan imidlertid beregne et estimat av sann middelerverdi med konfidensgrenser og prosentiler, se kapittel 7. Korttidsprøvene kan tas periodisk eller randomisert, se kapittel 5.

Korttidsprøver kan ha variabel prøvetagningstid, mens man regner at punktprøver har konstant prøvetagningstid, selv om den i praksis kan variere noe.

Hvis det er angitt en korttidsverdi eller takverdi som AN, er man henvist til å ta korttids- eller punktprøver, eventuelt i tillegg til fullskiftprøver, medmindre man kan bruke et kontinuerlig registrerende måleinstrument.

3.2 LANGTIDSPRØVER

For å få rede på den enkelte operatørs eller operatørgruppes eksponering over lengre tidsrom, en uke, en måned, et år eller hele den tid man har et bestemt arbeid, må det tas langtidsprøver. Dette er prøver som tas flere dager (skift), eventuelt fordelt over året eller årstiden. Hensikten med disse er å få data til:

- a) å kunne beregne middeleksponeringen over et lengre tidsrom. Til dette bør man ha personlige prøver.
- b) å kontrollere om det er noen tendens til økning eller reduksjon av eksponeringen. Her kan både personlige, stasjonære og mobile prøver anvendes.

Ved langtidsprøver er det ofte fordelaktig å kombinere systematisk og randomisert prøvetagning.

4. HVEM SKAL DET TAS PRØVER FOR OG HVOR MANGE?

4.1 INDIVIDUELLE PRØVER

Det er naturlig at man i en bedrift først måler eksponeringen til de personer som antas å være mest utsatt. Det bør tas prøver over minst 5 dager når det brukes fullskiftprøver. Ved kortere prøvetagningstid kan antall "prøvedager" vurderes i hvert enkelt tilfelle, avhengig av hvor sterkt eksponeringen varierer. Noen ganger vil man da kunne klare seg med færre "prøvedager" enn ved fullskiftprøver.

Selv om eksponeringen for de fleste undersøkte skulle vise seg å være lav, bør man etterhvert ta prøver for alle som kan være eksponert, idet den første, subjektive vurderingen av hvem som er høyest eksponert, ikke alltid vil være riktig.

4.2 PRØVER FOR OPERATØRGRUPPER

I større bedrifter hvor man har spesifikke operatørgrupper, er det rimelig å foreta et tilfeldig utvalg på 2-4 personer innen hver gruppe for hver "prøvedag". Målinger over 4-5 dager (8 til 20 fullskiftprøver) vil oftest gi tilstrekkelig vurderingsgrunnlag. Også her bør man etterhvert få tatt prøver for alle arbeidstakere i gruppene.

5. PERIODISKE ELLER RANDOMISERTE PRØVER?

5.1 PERIODISKE PRØVER

Disse tas til på forhånd bestemte tider, med konstant prøvetagningstid og jevnt fordelt over prøvetagningsperioden. Systemet er enkelt, men kan gi gale resultater hvis konsentrasjonen av luftforurensningene har periodiske svingninger.

5.2 RANDOMISERTE PRØVER

Randomiserte prøver tas med konstant prøvetagningstid, men med start ved tilfeldig valgte tider, fortrinnsvis funnet i en tabell over tilfeldige tall, se f.eks. Fisher and Yates (1963). Tilfeldige tall kan også fås ved hjelp av programmerbare lommekalkulatorer. Randomiserte prøver er i alminnelighet å foretrekke fremfor periodiske prøver, men er noe vanskeligere å organisere.

En samling tilfeldige tall er vist i tabell 1, hvor man starter på et tilfeldig sted og fra startpunktet leser siffergruppene horisontalt (mot høyre eller venstre), vertikalt (oppover eller nedover) eller diagonalt (på skrå nedover eller oppover).

5.2.1 Randomisering av prøver over ett skift

Prøvetagningstiden er τ minutter. Den siste prøvetagning må startes senest τ minutter før skiftets slutt. Skiftets varighet er på T minutter. Hvis det ikke tas parallellprøver, kan det maksimalt tas $N = T/\tau$ prøver. Antall prøver som ønskes tatt, betegnes med n . Velg et tilfeldig startpunkt i tabellen og en av forannevnte retninger. Les tallene i grupper på tre sifre. Notér alle tall $< (T - \tau)$ til det ønskede antall prøver (n) er nådd. Disse tallene ordnes i nummerrekkefølge og angir hvor mange minutter etter skiftets begynnelse prøvetagningen skal startes. Hvis tiden mellom to starttider blir $< \tau$, hopper man over det andre av de to tall og fortsetter i tabellen til et nytt tilfeldig tall $< (T - \tau)$.

Eksempel 1

Forutsetninger: prøvetagningsperiode $T = 480$ minutter (et skift), $n = 7$, $\tau = 15$ min., skiftstart kl. 07.00.

Et tilfeldig valgt startpunkt i tabell 1 er markert med en firkant, og retningen med en pil. De startpunkt-tider som skal brukes (bare tall $< 480 - 15 = 465$) er innringet. Det er:

<u>Tilfeldige tall</u>	<u>Ordnet rekkefølge</u>
158	035
330	059
059	141
321	158
141	202
202	321
035	330

Av disse ordnede tallene er det for liten avstand mellom de to siste. Det siste sløyfes og man fortsetter i tabellen til neste brukbare tall som er 361.

<u>Ordnet rekkefølge</u>	<u>Prøvetagning:</u>	
	<u>Start</u>	<u>Stans</u>
035	07:35	07:50
059	07:59	08:14
141	09:21	09:36
158	09:38	09:53
202	10:22	10:37
321	12:21	12:36
361	13:01	13:16

5.2.2 Skiftprøver som tas tilfeldige dager i året

Her skal man ha tilfeldige tall fra 1 til 365 (366 hvis det er skuddår). Tall som kommer på fridager sløyfes og man fortsetter i tabell 1 til det ønskede antall (n) prøvetagningsdager er nådd. Ved arbeidsplasser hvor det arbeides alle dager, skal ingen dager sløyfes.

Eksempel 2

Forutsetninger: År 1980 (skuddår), ikke arbeid lørdager eller helligdager, n = 10, tilfeldig fordelt over hele året.

Start f.eks. i 6. rekke ovenfra, 4. par-kolonne + første siffer i 5. kolonne fra venstre og les av nedover følgende tilfeldige tall, men sløyf fridagene.

Tilfeldige tall	Ordnet rekkefølge		
	Dag	Ukedag	Dato
238	9	Onsdag	9.1
203	71	Tirsdag	11.3
071	108	Fredag	18.4
262	190	Tirsdag	8.7
227	203	Mandag	21.7
274	227	Torsdag	14.8
259	238	Mandag	25.8
009	259	Mandag	15.9
190*	262	Torsdag	18.9
108*	274	Tirsdag	30.9

* Fra neste kolonne

Eksempel 2 viser at man kan komme noe uheldig ut, her er ingen prøver hverken i februar, mai, juni, oktober, november eller desember.

5.2.3 Kombinert systematisk og randomisert prøvetagning

For å få det sikreste resultat over et helt år, bør man velge en kombinasjon av systematisk og randomisert prøvetagning, f.eks. ved å spesifisere én prøve pr. måned, men tilfeldig valgt innenfor hver, som vist i eksempel 3.

Eksempel 3. Forutsetninger: År 1980 (skuddår), $N = 12$, én prøve hver måned, ikke arbeid på lørdager eller helligdager.

Start f.eks. i rekke 20, par-kolonne 11 i tabell 1 og les av partallene nedover. Sløyf fridager, og tall høyere enn det antall dager som finnes i den enkelte måned. Datoene blir

Måned	Dato	Dag	Anm.
Januar	4	Fredag	
Februar	21	Torsdag	
Mars	10	Mandag	
April	24	Torsdag	
Mai	22	Torsdag	
Juni	10	Tirsdag	Kolonne 12 herfra
Juli	23	Onsdag	
August	18	Mandag	
September	17	Onsdag	
Oktober	22	Onsdag	
November	10	Mandag	
Desember	23	Tirsdag	

Denne fremgangsmåten vil i de fleste tilfelle gi et bra estimat av årsmiddelverdien.

6. SYSTEMATISK PRØVETAGNINGSTRATEGI FOR ET ARBEIDSOMRÅDE

Utførelsen er vist skjematisk i figur 1 og beskrevet nedenfor, hvor avsnittsnumrene svarer til tallene i figur 4.

6.1 ARBEIDSOMRÅDER

Inndel bedriften i arbeidsområder som kan omfatte én eller flere arbeidsplasser. Basisdata og eventuelle resultater av tidlige målinger innsamles for hvert arbeidsområde.

6.2 DATABANK

Legg basisdata og eventuelle tidligere måleresultater inn i data-

banken. Datablader skal være tilgjengelig for alle de stoffer som arbeidstakerne kan bli utsatt for i arbeidsområdet.

Medisinske data for de enkelte arbeidstakere er konfidensielle, men skal være tilgjengelige for dertil autoriserte personer.

6.3 VURDERING

Vurdér ut fra de tilgjengelige data om de enkelte miljøfaktorerers innflytelse hver for seg og samlet (eksponeringen) er akseptabel. Direktoratet for arbeidstilsynets administrative normer (1984) blir ofte brukt for vurderingen. Hvis eksponeringen er akseptabel, utarbeides en rapport til ledelsen og det fortsettes fra punkt 6.4.

Hvis eksponeringen ikke er akseptabel, fortsett fra punkt 6.8.

6.4 PRØVETAGNINGSPLAN FOR RUTINEMÅLINGER

Eventuelle plutselige eller gradvise forandringer i arbeidsmiljøet kan oppdages ved rutinemessige målinger i den generelle arbeidsatmosfære og/eller ved personlige prøver. Prøvetagningen skal organiseres slik at man får resultater som er mest mulig representative.

Den generelle arbeidsatmosfære i et arbeidsområde kontrolleres enten med stasjonær eller mobil prøvetagning. Hver prøve skal dekke ett skift eller 8 timer, hvis mulig. Hvis ikke, brukes et av alternativene i figur 2.

Stasjonære prøvesteder skal normalt plasseres i høyde $1,6 \pm 0,05$ m over gulvet, men i noen tilfelle fås bedre resultater ved å måle oppe under taket. Det gjelder spesielt hvor de lokale forureningsnivå varierer sterkt.

Unngå opprettelse av stasjonære prøvesteder hvor det kan være trekk av frisk luft. Direktvisende instrumenter bør kunne tilkobles en automatisk vasler (lys og/eller lyd) hvis det kan tenkes å oppstå et farlig, akutt utslipp. Antall nødvendige prøvesteder og prøver avhenger av de lokale forhold.

Mobil prøvetagning skal foregå langs en på forhånd nøye fastlagt rute i hele arbeidsområdet, med luftinntaket eller føleren $1,6 \pm 0,05$ m over gulvet.

Hvis sammenhengen mellom rutinemålingene og eksponeringen ikke er særlig god, bør personlige prøver brukes, eventuelt som supplement til stasjonær eller mobil prøvetagning.

Personlig prøvetagning gir vanligvis større varians for resultatene enn stasjonær og mobil prøvetagning. Dette kan gjøre det vanskeligere å fastslå mindre endringer i arbeidsmiljøet, men personlig prøvetagning gir ellers tilsvarende informasjon.

Personlige eksponeringsprøver bør for hver prøveserie omfatte

de samme kategorier av operatører. Hver enkelt prøve eller hvert sett av sekvensprøver skal normalt sammenhengende dekke minst 90% av den daglige arbeidstiden. Det kan imidlertid også være aktuelt å holde langtidskontroll med spesielle arbeidsoperasjoner av kortere varighet enn 8 timer.

6.5 RUTINEMÅLINGER

Første gang det utføres rutinemålinger skal det tas prøver minst 5 tilfeldig valgte dager i løpet av én måned. Hvis det foreligger tidligere måleresultater og arbeidsforholdene siden ikke er endret, kan de nye måleresultatene brukes sammen med de gamle til beregninger, se kapittel 7.6. Det nødvendige antall nye målinger blir derved mindre, men det skal tas prøver minst én gang annenhver måned.

6.6 VURDERING AV RUTINEMÅLINGER

Se kapitlene 3.2, 7.6, 7.7 og 7.8. Hvis de siste rutinemålingene ikke viser noen signifikant endring, [oftest brukes sannsynlighetsnivå $P = 95\%$ ($p = 0,05$)], eller hvis forholdene er blitt bedre, fortsettes fra punkt 6.7.

Hvis resultatene er signifikant dårligere; sammenlignet med tidligere rutinemålinger, fortsettes fra 6.8.

6.7 RAPPORTERING AV RUTINEMÅLINGER

Rapport utarbeides til ledelsen og de øvrige berørte parter og resultatene legges inn i databanken, inklusive eventuelle resultater av rutinemålinger. Fortsett fra punkt 6.5.

6.8 RAPPORTERING AV VURDERING OG TILTAK FOR FORBEDRINGER

Hvis eksponeringen ikke er akseptabel (6.3 eller 6.11) eller vurderingen av rutinemålinger (6.6) er negativ, skal det utarbeides en spesiell rapport til ledelsen og de øvrige berørte parter, samt iverksettes tiltak for å redusere forurensningen til et akseptabelt nivå.

6.9 PRØVETAGNINGSPÅN FOR EKSPONERINGSMÅLINGER

Prøvetagningsplanen utarbeides etter vurderingene nevnt i kapitlene 2 til 5. Ny plan utarbeides hvis tiltaket i punkt 6.8 eller andre forhold gjør endring i eksisterende prøvetagningsplan nødvendig.

Hvis det er kjent at eksponeringen er høyest under spesielle arbeidsoperasjoner eller på spesielle steder, skal det tas separate korttids-/eller punktprøver i innåndingssonen under disse forholdene. I tillegg tas prøver som gir middeleksponeringen for hele skiftet (eller for tiden utenom de separate prøvene). Hvis

det ikke er kjent hvor eller når den høyeste eksponeringen opptrer, tas minst 4 sekvensprøver over skiftet, hvorefter de(n) periode(r) som gir høyest(e) verdi(er) igjen kan deles i nye sekvensprøver osv. Hvor kort prøvetagningstiden kan gjøres, avhenger av både prøvetagnings- og analysemetoden, samt av eventuell tid angitt for akseptabel korttidseksponering, f.eks. korttidsnorm (KN).

6.10 EKSPONERINGSMÅLINGER

Alternative muligheter for eksponeringsmålinger er vist i figur 2.

Eksponeringen skal måles for alle som kan være eksponert innen arbeidsområdet og først for dem som antas å være høyest eksponert, men målingene behøver ikke utføres samtidig. Prøvene tas i operatørens innåndingssone.

Hvis man i et arbeidsområde har 2 eller flere grupper med forskjellig arbeid mellom gruppene, men samme arbeid innen den enkelte gruppe, kan man i første omgang måle eksponeringen for én til fem personer innen hver gruppe, slik at man får minst fem skiftmiddelverdier.

Prøvetagningen skal fordeles over minst fire perioder i året, slik at eventuelle sesongvariasjoner kommer frem og inntil man har fått prøver for alle eksponerte, selv om resultatene er akseptable.

I tillegg til prøvene som gir skiftmiddelverdier, skal det tas eksponeringsprøver under spesielle arbeidsoperasjoner som kan gi særlig høy, kortvarig eksponering. Det skal tas minst 5 prøver for hver operasjon.

6.11 RAPPORTERING AV EKSPONERINGSMÅLINGER

Middelverdiene av eksponeringsmålingene sammenlignes ved t-test (se seksjon 7) med eventuelle tidligere, tilsvarende målinger. Hvis det ikke er noen signifikant forskjell (på 95% sannsynlighetsnivå), vurderes resultatene av samtlige skiftmålinger og korttidsprøver hver for seg, mot det som anses for å være akseptable nivåer, f.eks. henholdsvis AN og KN.

Hvis den siste måleserie er signifikant forskjellig (95% sannsynlighetsnivå) fra de tidligere målingene, vurderes bare resultatene fra siste måleserie. Men man kan kombinere variansene for tidligere og siste måleserie hvis variansene ikke er forskjellige, se kapittel 7.6.

Alle resultatene rapporteres til de berørte parter og legges inn i databanken.

Hvis eksponeringen ikke er akseptabel, fortsettes fra 6.8.

Hvis eksponeringen er akseptabel, fortsettes fra 6.4.

7. STATISTISKE BEREGNINGER

7.1 GENERELT

I alminnelighet kan man ikke nøyaktig bestemme en persons eksponering eller den generelle luftforurensning på en arbeidsplass. Selv om man tar prøvene kontinuerlig over hele den tiden man vil vurdere eksponeringen for, gjenstår usikkerheten i prøvetagning og analyse. Ved et egnet prøvetagningsopplegg og variansanalyse av resultatene, kan man bestemme usikkerheten i de enkelte ledd av prosedyren, se f.eks. Youden (1951), Youden og Steiner (1975) og lærebøker i forsøksplanlegging.

I alle de tilfelle hvor man har bestemt fordelingen av måleresultater for luftforurensninger på arbeidsplassen, har man funnet at den er lognormal.

I kapitlene 7.2 til 7.7 er det forutsatt at måleresultatene ikke har noen autokorrelasjon. Beregninger for resultater med autokorrelasjon er vist i kapittel 7.8.

7.2 EGENSKAPER VED DEN LOGNORMALE FORDELING

I en lognormal fordeling (se figur 5) har logaritmene til måleverdiene en normal Gauss-fordeling, se figur 6. Man kan derfor bruke alle statistiske formler som gjelder for en normalfordeling hvis man regner med logaritmene til måleverdiene.; Her brukes naturlige logaritmer.

For vurdering av måleresultater burde man egentlig bruke geometrisk middelværdi, \bar{x}_g , som imidlertid er lite kjent og dessuten alltid lavere enn det aritmetiske middel (se formel XI). Den geometriske middelværdi kan derfor ikke uten videre brukes til å vurdere måleresultatene mot en norm som gjelder for aritmetisk middel.

En normalfordelt populasjon er fullstendig beskrevet hvis man kjenner det virkelige aritmetiske middel A og standardavviket σ , eller hvis to andre parametre i fordelingen er kjent, f.eks. to prosentiler (aritmetisk middel er 50 prosentilet). Tilsvarende er en lognormalfordelt populasjon fullstendig fastlagt hvis man kjenner det virkelige aritmetiske middel μ_{ln} av populasjonens logaritmer og deres virkelige standardavvik σ_{ln} . For et begrenset antall måleverdier er middelværdien av logaritmene, $\overline{\ln x}$, et estimat av μ_{ln} . Det geometriske middel av måleverdiene er et estimat av det virkelige geometriske middel, G . Standardavviket av logaritmene, s_{ln} , er et estimat av σ_{ln} . Antilogaritmen til s_{ln} kalles i dette skriftet "geometrisk faktor" (F_g) definert ved

$$F_g = \exp s_{ln} \quad (I)$$

(F_g kalles ofte "geometrisk standardavvik". Betegnelsen bør ikke brukes fordi F_g ikke er noe standardavvik). Som en "tommelfingerregel" kan det være nyttig å huske at $100 \cdot s_{ln}$ tilsvarer omtrent det prosentvise avviket fra \bar{x}_g for \pm ett logaritmisk standardavvik, se tabellen nedenfor.

$100 \cdot s_{ln}$	% av geometrisk middel svarende til $\pm 1 s_{ln}$
5	+ 5,1 og - 4,9
10	+ 10,5 og - 9,5
15	+ 16,2 og - 13,9
20	+ 22,1 og - 18,1
30	+ 35,0 og - 25,9

Når $\ln \bar{x}$, s_{ln} og antall prøver, n , er kjent, kan man også beregne aritmetisk middel, \bar{x} og andre parametre. Beregningsmåtene avhenger av

- om prøvetagningstiden er konstant eller varierer innen prøvetagningsperioden
- om resultatene skal være generelt gyldige (for personen, arbeidsoperasjonen, prosessen osv.) eller bare gjelde for den ene perioden som prøvene er tatt over
- hvor mange prøver som er tatt

7.3 KONTROLL AV FORDELINGEN

For et antall prøver mindre enn ca. 50, brukes følgende metode:

- Nummerér de n måleresultatene etter stigende verdi.
- Velg i tabell 2 den søyle som svarer til n og notér den kumulative prosent som svarer til prøvens nr.
- Avmerk målepunktene på sannsynlighetspapir med logaritmisk akse for konsentrasjonen.

Hvis punktene faller nær en rett linje, har man en tilnærmet log-normal fordeling. Hvis ikke, forsøkes med sannsynlighetspapir med linjær konsentrasjonsakse. Hvis punktene da ligger nær en rett linje, er fordelingen tilnærmet normal.

For et større antall prøver deles resultatene inn i minst 6 grupper og antallet i hver gruppe og det kumulative antall telles (start med laveste gruppe). Beregn kumulativ prosent for hver gruppe og avmerk denne verdien mot øvre intervallverdi på sannsynlighetspapir.

Er fordelingen kjent, kan fordelingslinjen trekkes på sannsynlighetspapir gjennom to beregnede prosentiler (se 7.4).

7.4 BEREGNINGER NÅR PRØVETAGNINGSTIDEN ER KONSTANT

7.4.1 Frihetsgrader

For å beregne konfidensgrensene for middelveiden og/eller prosentiler for en prøveserie med n prøver, hver med prøvetagnings-tid τ , må man beregne antallet frihetsgrader v . Det er to alternativer:

a) Beregningene skal være generelt gyldige. Da er

$$v_A = n - 1 \quad (\text{II})$$

b) Beregningene skal bare gjelde for den ene serien. Dette tilfelle kan anses som "prøvetagning uten tilbakeføring" og antall frihetsgrader blir da ifølge Juda og Budzinski (1967)

$$v_B = (N-1)(n-1)/(N-n) \quad (\text{III})$$

hvor $N = T/\tau$ er det maksimale antall sekvensprøver som kan tas over prøvetagningsperiodens varighet, T .

I de følgende formler anvendes bare v , som da betegner enten v_A eller v_B etter hva som er aktuelt for brukeren.

7.4.2 Geometrisk middel

\bar{x}_g finnes ved å ta antilogarithmen av

$$\ln \bar{x}_g = (\sum \ln x) / n = \overline{\ln x}$$

$$\text{eller } \bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} = \exp \overline{\ln x} \quad (\text{IV})$$

7.4.3 Logaritmisk standardavvik

Dette fås av variansen, s_{\ln}^2 , ved å trekke ut kvadratroten av

$$s_{\ln}^2 = \frac{\sum (\ln x - \overline{\ln x})^2}{n - 1} = \frac{\sum \ln^2 x - n \cdot \overline{\ln x}^2}{n - 1} \quad (\text{V})$$

Standardavviket for $\overline{\ln x}$ er ifølge Cramér (1973)

$$s_{\overline{\ln x}} = \frac{s_{\ln}}{\sqrt{v}} \quad (\text{VI})$$

Hvis $n = N$, blir $v_B = \infty$ og $s_{\overline{\ln x}} = 0$. Tilfeldige feil i prøvetagning og analyse (presisjonen) kan, enten $n = N$ eller $n < N$, bestemmes ved å ta parallellprøver hvor parallellene i første prøve betegnes med x_1 , for annen prøve med x_2 , osv. Presisjonen $s_{p, \ln}$ finnes da av

$$s_{p, \ln}^2 = \frac{\Sigma (\ln x_1 - \overline{\ln x_1})^2 + \Sigma (\ln x_2 - \overline{\ln x_2})^2 + \dots}{v_1 + v_2 + v_3 + \dots} \quad (\text{VII})$$

Det kan være et forskjellig antall paralleller for hver prøve, og $s_{p, \ln}$ angir metodens presisjon uavhengig av forurensningens variasjon med tiden.

Hvis det tas dobbeltprøver med resultater x_i og y_i for det i -te par, forenkles formelen til

$$s_{p, \ln}^2 = \frac{\Sigma (\ln x_i - \ln y_i)^2}{2 M} = \frac{\Sigma (\ln \frac{x_i}{y_i})^2}{2 M}$$

hvor M er antall dobbeltprøver.

En mer avansert metode er å bruke variansanalyse, se lærebøker i statistikk, f.eks. Youden (1951). Med et egnet forsøksopplegg, kan man bestemme delvariansene som skyldes konsentrasjonsvariasjon, usikkerhet i prøvetagning og usikkerhet i analysen. Metoden er også velegnet til interlaboratoriekontroll.

7.4.4 Prosentiler

Estimatene B_p og B_{100-p} av de virkelige prosentiler i populasjonen finnes av

$$\ln B_{p, 100-p} = \overline{\ln x} \pm s_{\ln} \cdot t(P, v)$$

$$\text{eller } B_{p, 100-p} = \overline{x}_g \cdot F_g^{\pm t(P, v)} \quad (\text{VIII})$$

hvor $t(P, v)$ er den énsidige Student's t for et valgt sannsynlighetsnivå P i % som tilsvarende $100(1-p)$, se tabell 3. B_p fås ved å velge $+$, og B_{100-p} ved å velge $-$ i eksponenten i (VIII).

Rappaport et al (1981) brukte $t(P, \infty)$ for B_p i formel (VIII). Det gir litt for lave verdier for B_p og litt for høye for B_{100-p} hvis man ikke har et stort antall målinger. Best tilpasning til målepunktene på et sannsynlighetspapir får man med $t(P, v_p)$ som gjelder for nettopp de punktene.

7.4.5 Konfidensgrenser for geometrisk middel

Øvre (ØKG) og nedre (NKG) konfidensgrense for G finnes av

$$KG_G = \overline{x}_g \cdot F_g^{\pm t(P, v)/\sqrt{v}} \quad (\text{IX})$$

eller av

$$\ln KG_G = \overline{\ln x} \pm s_{\ln} \cdot t(P, v)/\sqrt{v} \quad (\text{X})$$

ved å ta antilogaritmen av de to verdiene i (X). Her er $t(P, v)$ den tosidige Student's t .

Det er P % sannsynlighet for at G ligger mellom ØKG og NKG. Er man bare interessert i enten ØKG eller NKG, brukes den énsidige t-verdi og det er P % sannsynlighet for at G ligger under ØKG eller over NKG.

7.4.6 Aritmetisk middel, \bar{x}

Hvis man har mange prøver, finnes \bar{x} av

$$\bar{x} = \bar{x}_g \cdot \exp(0,5 s_{\ln}^2) \quad (\text{XI})$$

eller $\ln \bar{x} = \overline{\ln x} + 0,5 \cdot s_{\ln}^2$

For et begrenset antall prøver har Aitchison and Brown (1963) angitt formelen

$$\bar{x} = \bar{x}_g \cdot \psi(n, V) \quad (\text{XII})$$

som også kan brukes hvis man har mange prøver. Her er

$$\psi(n, V) = 1 + \frac{(n-1)V}{n} + \frac{(n-1)^3 V^2}{n^2 (n+1) 2!} + \frac{(n-1)^5 V^3}{n^3 (n+1)(n+3) 3!} + \dots$$

og $V = 0,5 \cdot s_{\ln}^2$

I praksis kan man oftest bruke formelen

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad (\text{XIII})$$

i stedet for (XI) eller (XII). Forskjellen i resultatene med (XII) og (XIII) er neglisjerbar, hvis det ikke foreligger spesielt avvikende måleresultater (høy varians). I så fall må (XI) eller (XII) brukes.

7.4.7 Konfidensgrenser for virkelig aritmetisk middel A

Juda og Budzinski (1967) la $0,5 \cdot s_{\ln}^2$ til begge sider av formel (X) (de brukte Briggske logaritmer og derfor andre tallverdier i formlene), slik at

$$\ln KG_G + 0,5 \cdot s_{\ln}^2 = \overline{\ln x} + 0,5 \cdot s_{\ln}^2 \pm s_{\ln} \cdot t(P, v) / \sqrt{v}$$

som for et stort antall prøver gir

$$\ln KG_A = \ln \bar{x} \pm s_{\ln} \cdot t(P, v) / \sqrt{v}$$

eller $KG_A = \bar{x} \cdot F_g^{\pm t(P, v) / \sqrt{v}} \quad (\text{XIV})$

Formelen (XIV) er ikke helt nøyaktig, fordi man ved å legge $0,5 s_{\ln}^2$ til $\overline{\ln x}$ nødvendigvis får færre måleresultater over $\overline{\text{ØKG}}_A$, enn under $\overline{\text{NKG}}_A$, se figur 7. Ved å bruke formel (XIII) for \overline{x} , kan (XIV) også brukes for et lite antall prøver.

Eksempel 4

6 personlige prøver, tatt på randomiserte dager med $\tau = 1$ dag i løpet av to uker = 10 arbeidsdager, ga følgende resultater i mg/m^3 : 1,10 - 0,92 - 1,82 - 0,59 - 1,42 og 0,76. Her blir $\overline{\ln x} = 0,02656$ ($\overline{x}_g = 1,027$) og $s_{\ln} = 0,41160$.

For disse to spesifikke ukene blir $T = 10$ og av (III) fås $v_B = (10-1)(6-1)/(10-6) = 11,25$. Velges $P = 95\%$, finnes ved interpolasjon i tabell 3, ensidig $t = 1,7925$ som med formel (IX) gir $\ln B = 0,02656 \pm 0,41160 \cdot 1,7925$, hvorav $B_5 = 0,491$ og $B_{95} = 2,15 \text{ mg/m}^3$. Med $t(95\%, \infty)$ blir $B_5 = 0,522$ og $B_{95} = 2,02 \text{ mg/m}^3$. Med samme p og $v = 11,25$ blir tosidig $t = 2,1955$ og formel (X) gir

$\ln \text{KG} = 0,02656 \pm 0,41160 \cdot 2,1955/\sqrt{11,25}$ eller
 $\overline{\text{ØKG}}_G = 1,34$ og $\overline{\text{NKG}}_G = 0,78$

Hvis resultatene skal ha generell gyldighet (forutsatt uendrede arbeidsforhold), blir $v_A = 6 - 1 = 5$, ensidig $t = 2,015$ og tosidig $t = 2,571$. Beregningene blir ellers tilsvarende.

En sammenstilling av resultatene er vist nedenfor.

Beregninger gyldige:	v	95% KG for G		Prosentil		\overline{x} beregnet etter	
		NKG	ØKG	B_{95}	B_5	(XII)	(XIII)
For prøvetakingsperioden	11,25	0,69	1,54	2,15	0,491	1,1013	1,1017
Generelt	5	0,64	1,65	2,35	0,444		
I.h.t. Rapport et al (1981)				2,02	0,522		

Hvis måleverdien 1,82 i stedet hadde vært 2,50, ville \overline{x} vært 1,204 etter (XII) og 1,215 etter (XIII). Heller ikke dette en forskjell som har noen praktisk betydning. (Det er tatt med såvidt mange siffer for å kunne påvise forskjeller).

I figur 8 er vist de tre estimat av populasjonens fordeling på sannsynlighetspapir. Linjen svarende til $v_B = 11,25$ passer best til målepunktene og gir det beste estimat av fordelingen ut fra måleresultatene.

7.5 BEREGNINGER NÅR PRØVETAGNINGSTIDEN VARIERER INNENFOR PRØVETAGNINGSPERIODEN;

Tidsveiet geometrisk middel finnes av

$$\overline{\ln x} = \frac{\sum (\tau_i \cdot \ln_i x)}{\sum \tau_i}$$

eller
$$\bar{x}_g = \exp \frac{\sum (\tau_i \cdot \ln_i x)}{\sum \tau_i} \quad (\text{XV})$$

For beregning av \bar{x} , B og KG trengs standardavviket. Det lar seg ikke beregne nøyaktig, men følgende metode kan brukes:

Del hver prøvetagningstid τ_i med den korteste, τ_{\min} , og gi hver av de nye "delprøver" konsentrasjonen x_i . Hvis

$$a_i = \frac{\tau_i}{\tau_{\min}}$$

blir

$$s_{\ln}^2 = \frac{\sum a_i \cdot \sum (a_i \cdot \ln^2 x_i) - [\sum (a_i \cdot \ln x_i)]^2}{\sum a_i \cdot (\sum a_i - 2)} \quad (\text{XVI})$$

Verdiene fra (XV) og (XVI) kan så brukes i de øvrige form-
ler, unntatt (IV) og (V).

7.6 BRUK AV TIDLIGERE RESULTATER

I dette kapitlet betegnes resultatene av den tidligere måleserie med x og av den nye med y . Antall frihetsgrader betegnes henholdsvis med v_x og v_y , beregnet enten etter (II) eller (III). Oftest beregnes v_x etter (II) og v_y etter (III).

Først kontrolleres ved F-test om det er forskjell på variansene $s_{\ln x}^2$ og $s_{\ln y}^2$ i de to serier ved sammenligning av

$$F = \frac{\text{største varians}}{\text{minste varians}} \quad (\text{XVII})$$

med de kritiske verdier i tabell 4. Hvis F er mindre enn tabellverdien, er det mindre enn 90% sannsynlighet for at det er en reell forskjell på $s_{\ln x}^2$ og $s_{\ln y}^2$): forskjellen er ikke signifikant på 90% nivå.

Hvis $F >$ tabellverdien, er det en signifikant forskjell på variansene på 90% sannsynlighetsnivå. Tabeller for andre signifikansnivåer finnes f.eks. i Fischer and Yates (1963).

7.6.1 Ingen signifikant forskjell på serienes varianser

Man kan da beregne en kombinert s_{\ln}^2 fra

$$s_{\ln}^2 = \frac{v_x \cdot s_{\ln x}^2 + v_y \cdot s_{\ln y}^2}{v_x + v_y} \quad (\text{XVIII})$$

som kan brukes til beregning av konfidensgrenser, prosentiler og aritmetisk middel for hver av seriene separat. Videre kan verdien for t-testen

$$t_1 = \frac{|\overline{\ln x} - \overline{\ln y}|}{s_{\ln}} \cdot \sqrt{\frac{n_x \cdot n_y}{n_x + n_y}} \quad (\text{XIX})$$

sammenholdes med de kritiske verdier for Student's $t(p, v)$ i tabell 3. Her er $v = v_x + v_y$. Hvis $t_1 > t(p, v)$, er det en signifikant forskjell mellom \bar{x}_g og \bar{y}_g , samt mellom \bar{x} og \bar{y} på sannsynlighetsnivå P . Oftest brukes $P = 95\%$ ($p = 0,05$).

7.6.2 Serienes varianser er signifikant forskjellige

Følgende t-test kan brukes:

$$t_2 = \frac{|\overline{\ln x} - \overline{\ln y}|}{\sqrt{\frac{s_{\ln x}^2}{n_x} + \frac{s_{\ln y}^2}{n_y}}} \quad (\text{XX})$$

Andre beregninger utføres separat for x- og y-seriene.

7.7 BEREGNINGER SOM OMFATTER IKKE-PÅVISBARE KONSENTRASJONER

Ikke-påvisbare verdier (konsentrasjonen ≈ 0) kan ikke brukes ved en lognormal fordeling fordi $\ln x \rightarrow -\infty$ når $x \rightarrow 0$.

Noen helt korrekt løsning av dette problemet finnes ikke, bortsett fra å skaffe en tilstrekkelig følsom målemetode. Hvis det ikke lar seg gjøre, foreligger tre muligheter:

a) Ikke-målbare verdier settes lik den laveste verdi som med sikkerhet kan påvises med metoden (deteksjonsgrensen)

b) Ikke-målbare verdier (antall n_p) utelates i første omgang. For de n_p påvisbare verdier beregnes først middelverdien p middelverdien, prosentiler og konfidensgrenser. Deretter multipliseres hver av disse med faktoren

$$f = \frac{n_p}{n_p + n_o} \quad (\text{XXI})$$

c) Man kan beregne middelverdiene av de resultater som er funnet under a) og b).

Alternativ a) gir litt for høye resultater og b) litt for lave. Alternativ c) er derfor sannsynligvis det beste.

7.8 BEREGNINGER FOR RESULTATER MED AUTOKORRELASJON

7.8.1 Generell autokorrelasjon

De formler som er brukt foran gjelder bare for tilfeldige variasjoner. I yrkeshygienen er det ikke uvanlig at måleresultater øker eller avtar med tiden. Det kan f.eks. være en økning i løpet av noen timer på grunn av svak ventilasjon i et lokale, eller en langsom forandring over lang tid fordi utstyret slites eller korroderer. Måleresultatene kan også øke først, for senere å avta igjen, eller variere periodisk, for eks. med årstidene.

Man kan få et kvalitativt bilde av slike forandringer i et diagram hvor måleresultatene x føres som funksjon av tiden T . Konsentrasjonsaksen bør være logaritmisk og tidsaksen linjær. Hvis det kan trekkes en noenlunde jevn kurve gjennom punktene, har man sannsynligvis autokorrelasjon. Dette kan også kontrolleres matematisk for forskjellige årstider. En enkel, empirisk måte å kontrollere autokorrelasjon, er ved følgende F-test.

$$F = \frac{2 s_{\Delta \ln}^2}{s_{\ln}^2} \quad (\text{XXXII})$$

hvor

$$s_{\Delta \ln}^2 = \frac{\sum (\ln x_{i+1} - \ln x_i)^2}{(n_{\Delta} - 1)} \quad (\text{XXXIII})$$

og n_{Δ} er antall differanser mellom to og to resultater som følger etter hverandre. s_{\ln} finnes av (V). Faktoren 2 i ligning (XXXII) er hentet fra Preat (1987).

7.8.2 Linjær autokorrelasjon.

Hvis måleresultatene som funksjon av tiden i en periode har en trend, det vil si at de tilnærmet faller langs en rett linje i tid-konsentrasjonsdiagrammet (7.8.1), kan man kontrollere sammenhengen kvantitativt ved å bruke regresjonsligningen

$$\ln x = a + b T \quad (\text{XXII})$$

hvor

$$b = \frac{n \sum (T \cdot \ln x) - \sum T \cdot \sum \ln x}{n \sum T^2 - (\sum T)^2} \quad (\text{XXIII})$$

og

$$a = \overline{\ln x} - b \cdot \bar{T} \quad (\text{XXIV})$$

Beregningene skal bare omfatte de n målingene som viser en trend. Verdien av a tilsvarer da nivået før trenden begynte.

Standardavvikene for a og b finnes av

$$s_b^2 = \frac{n \cdot \sum \ln^2 x - (\sum \ln x)^2 - b^2 \cdot [n \cdot \sum T^2 - (\sum T)^2]}{[n \cdot \sum T^2 - (\sum T)^2](n - 2)} \quad (\text{XXV})$$

og

$$s_a^2 = \frac{s_b^2 \cdot \sum T^2}{n} \quad (\text{XXVI})$$

(s_a og s_b er logaritmer).

Om en eventuell trend er signifikant, undersøkes ved t-testen

$$t_3 = \frac{b}{s_b} \quad (\text{XXVII})$$

hvor t-verdien sammenlignes med $t(p, v)$ i tabell 3 for $v = v - 1$ frihetsgrader og valgt sannsynlighetsnivå P, oftest $P = 95\%$ ($p = 0,05$), for å avgjøre om trenden er signifikant på P-nivået. v_B beregnes av (III).

Om ønsket, kan konfidensgrensene for a og b beregnes på vanlig måte etter formlene

$$KG_a = a \pm s_a \cdot t(p, v) / \sqrt{v} \quad (\text{XXVIII})$$

og

$$KG_b = b \pm s_b \cdot t(p, v) / \sqrt{v} \quad (\text{XXIX})$$

hvor v er som for (XXVII).

Man kan også vurdere om det er noen sammenheng mellom $\ln x$ og T ved å beregne korrelasjonskoeffisienten r slik:

$$r = \frac{n \cdot \sum (T \cdot \ln x) - \sum T \cdot \sum \ln x}{\sqrt{[n \cdot \sum T^2 - (\sum T)^2] \cdot [n \cdot \sum \ln^2 x - (\sum \ln x)^2]}} \quad (\text{XXX})$$

Hvis $r = 0$, er det ingen sammenheng. Er tallverdien av r omkring 0,2, er det bare en svak korrelasjon, mens verdier omkring 0,5 viser en rimelig sammenheng. Hvis tallverdien av r er nær 1, er det en høy grad av korrelasjon mellom de to målesett. Positive verdier av r viser at høye verdier av T tilsvarer høye verdier av $\ln x$ og at lave verdier av T tilsvarer lave verdier av $\ln x$. Er r negativ, svarer høye verdier av T til lave verdier av $\ln x$ og omvendt.

Ved hjelp av t-testen:

$$t_4 = \sqrt{\frac{r^2 \cdot (n - 2)}{1 - r^2}} \quad (\text{XXXI})$$

og med v som for (XXVII), kan man fra tabell 3 (tosidige t-verdier) finne hvor stor sannsynlighet det er for at sammenhengen mellom T og $\ln x$ er reell og ikke bare skyldes tilfeldigheter.

8. VURDERING AV RESULTATENE

Hvis måleresultatene viser en signifikant (på $P = 95\%$ nivå) trend mot høyere verdier, må tiltak settes inn for å bedre forholdene. Det samme gjelder hvis det skjer en mer plutselig økning fra ett forurensningsnivå til et høyere og t-testen viser at forskjellen mellom nivåene er statistisk signifikant ($P = 95\%$).

I alle andre tilfelle vurderes aritmetisk middelværdi mot en foreliggende norm, f.eks. Arbeidstilsynets administrative norm.

Rappaport et al. (1981) har foreslått et system med en "grensefordeling" ("limiting distribution") i stedet for grenseverdi eller norm. Systemet er teoretisk sett ideelt, men vanskelig å forstå for ikke-eksperter. Det krever dessuten en annen måte å angi normene enn den som er internasjonalt brukt.

Begrepet "takverdi" er uheldig. Selv om man på et arbeidssted normalt har eksponering langt under "takverdien", er det teoretisk bare et spørsmål om hvor mange målinger man tar før én eller flere av dem overskrider "takverdien". Systemet frister derfor til å ta så få prøver som mulig for å redusere risikoen for å få en måling som ligger for høyt. I praksis blir takverdien dessuten ofte brukt som norm for middeleksponering over opptil 15 minutter og er da ikke lenger noen takverdi i egentlig betydning.

Rappaport et al. (1981) har foreslått å vurdere 95 prosentilet mot alle korttidsnormer. Det er en god løsning. Kombinert med vurdering av aritmetisk middel mot den vanlige norm har man da et system som både begrenser tillatt gjennomsnittseksponering og variasjonene i eksponeringen. For spesielle stoffer kunne man velge å bruke et høyere prosentil, men det er enklere eventuelt å senke korttidsnormen. "Takverdier" blir unødvendige med et slikt system.

9. LITTERATUR

Aitchison, J. Brown, J.A.C. (1963): "The Lognormal Distribution" Cambridge University Press.

Cramér H (1955): "The Elements of Probability Theory and some of its applications". Robert E. Krieger Publ. Co., New York. Reprint 1973.

Direktoratet for arbeidstilsynet (1984): "Administrative normer for forurensninger i arbeidsatmosfære". Best.nr. 361. (Utgis med noen års mellomrom, bruk siste utgave.)

Fischer, R.A. and Yates F. (1963): "Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research". Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, 6th ed.

Jahr, J. (1987): "Aerosoler i arbeidsatmosfære". HD 971/87, Statens forskningssenter for arbeidsmedisin og yrkeshygiene, Oslo.

Juda J. und Budzinski, K. (1967): "Bestimmung des Toleranzbereiches des Mittelwertes bei den Messungen der Staubkonzentration". Staub- Reinhalt. Luft 27, 176 - 179.

NIOSH (1977): "NIOSH Manual of Analytical methods". (8 bind 1977-1985). Selges av Superintendent of Documents, U.S. Government Printing Office, Washington D.C. 20 402.

Preat B (1987): "Application of geostatistical methods for estimation of the dispersion variance of occupational exposures". Am Ind Hyg Ass J 48, 877 - 884.

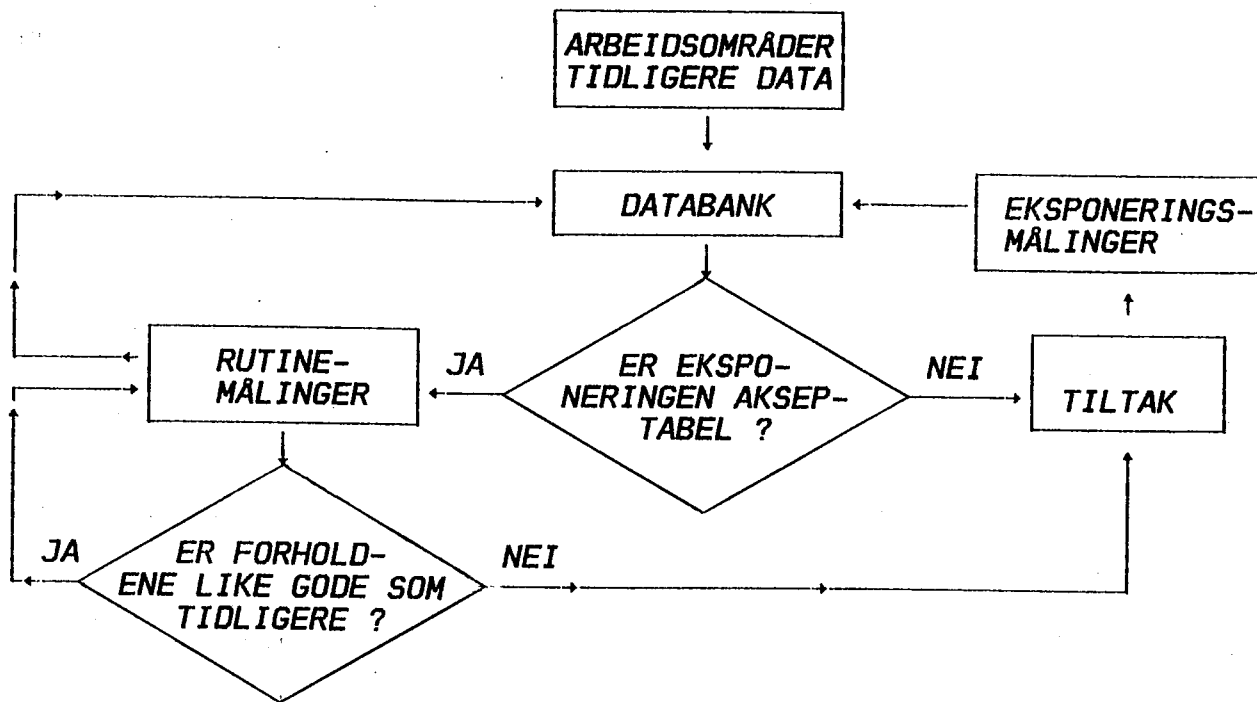
Rappaport, S.M., Selvin, S., Spear, R.C. and Keil, C. (1981): "An Evaluation of Statistical Schemes for Air Sampling". In Choudhary, G.: "Chemical Hazards in the Workplace". Washington D.C. American Chemical Society. ACS Symposium Series 149.

Wandel, N. og Levy, F. (1984): "Biologiske prøver. Anvendelse i overvåking av metalleksponering". Yrkeshygienisk institutt, Oslo.

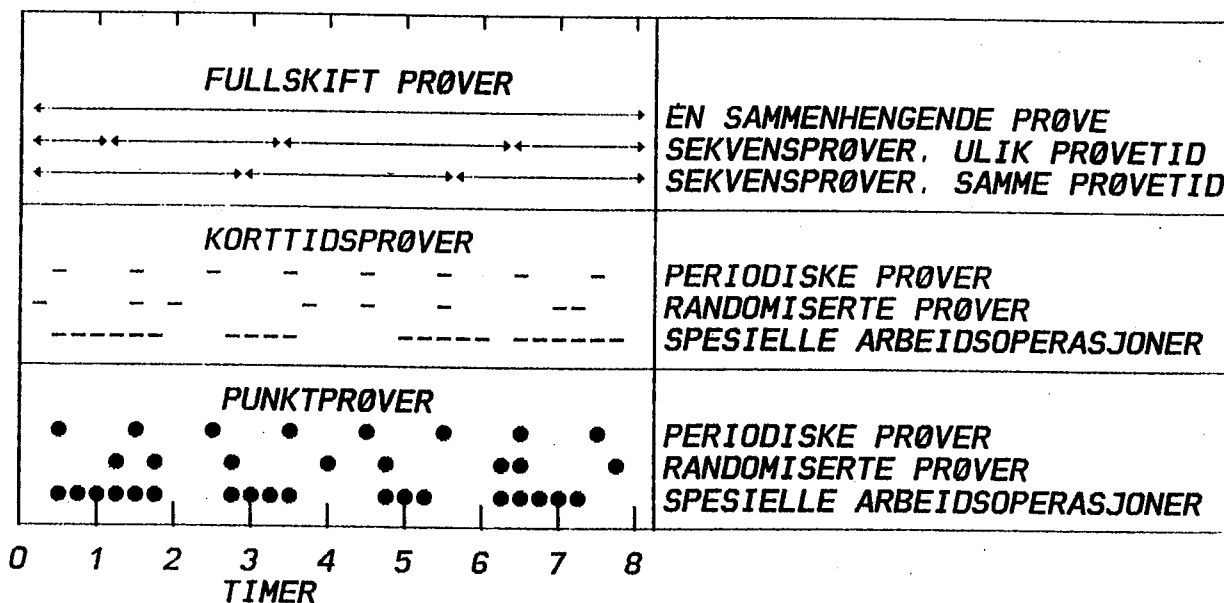
Youden, W.J. (1951): "Statistical Methods for Chemists". New York, John Wiley & Sons Inc. London, Chapman & Hall, Ltd.

Youden, W.H. and Steiner, E.H. (1975): "Statistical Manual of the AOAC Association of Official Analytical Chemists" Association of Official Analytical Chemists, 1111 N. 19th Street, Suite 210, Arlington, VA 222 09.

FIGUR 1 OG 2



FIGUR 1. PRINSIPPSKJEMA FOR PRØVETAKINGSSTRATEGI



FIGUR 2. FORSKJELLIGE MULIGHETER FOR PRØVETAGNING OVER 8 TIMER ELLER ET SKIFT.

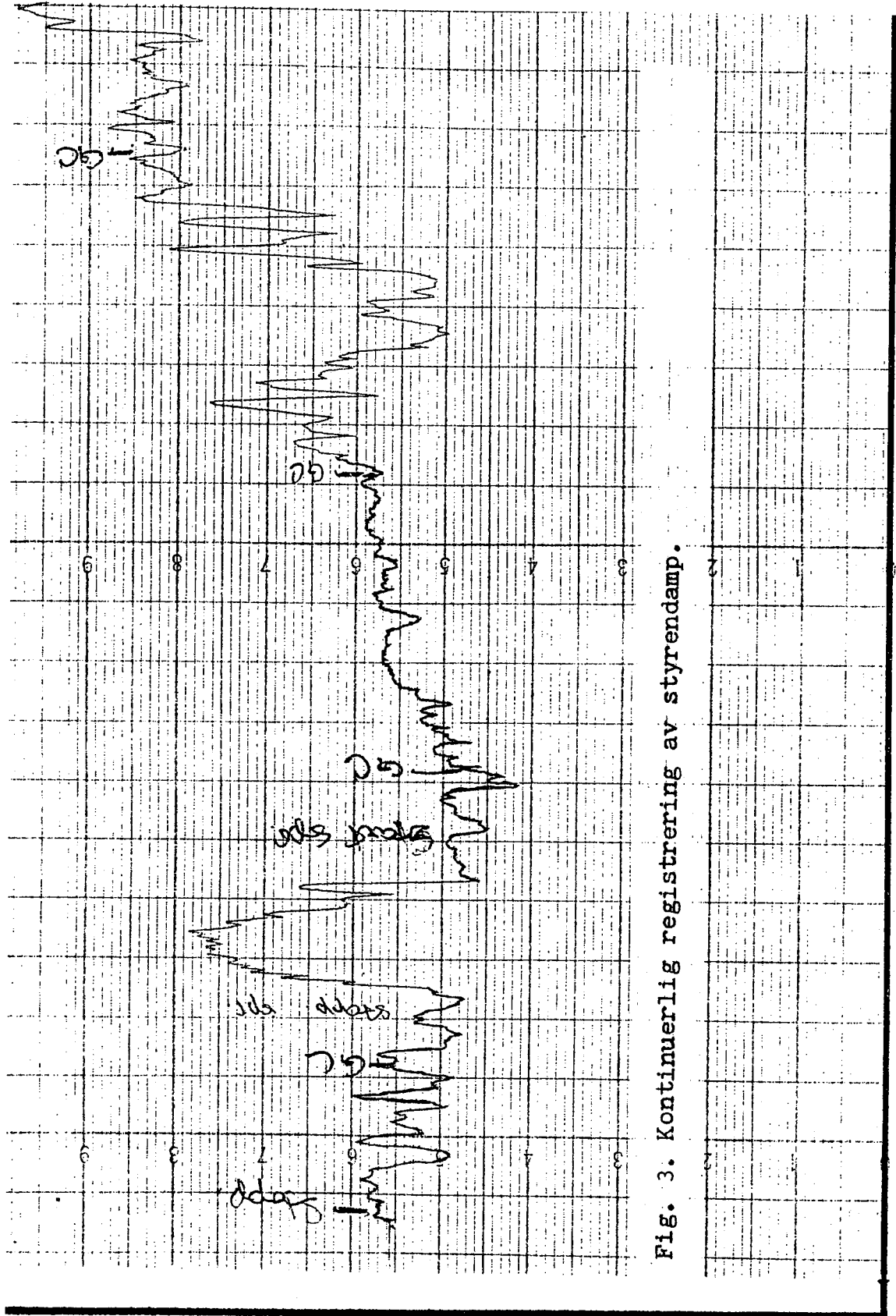
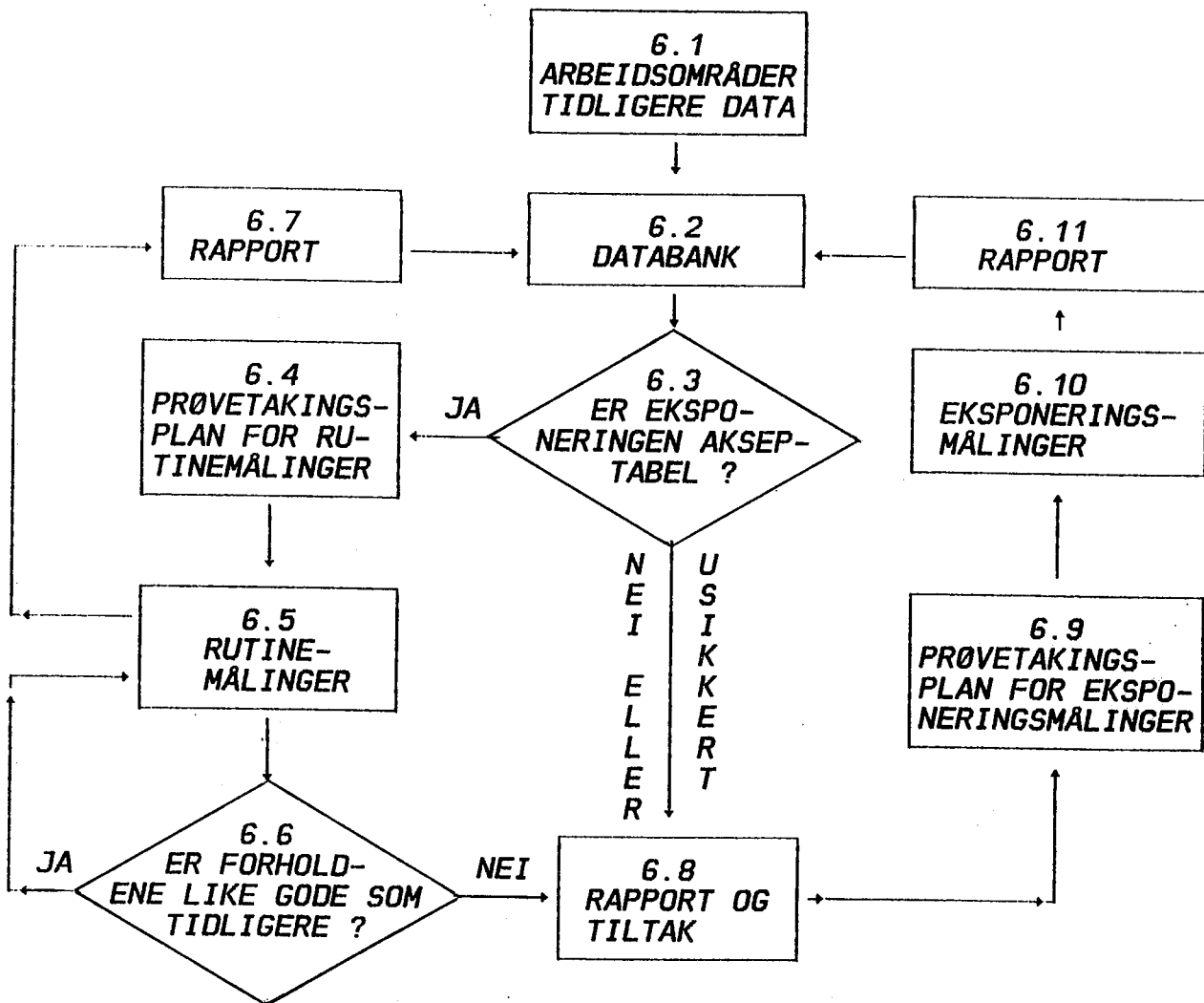


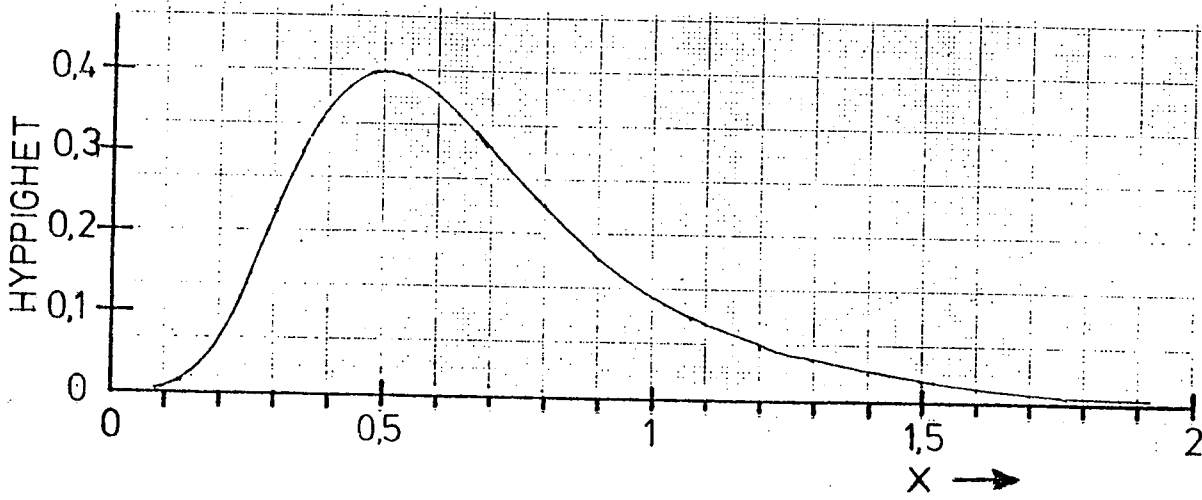
Fig. 3. Kontinuerlig registrering av styrendamp.

FIGUR 3. KONTINUERLIG REGISTRERING AV STYRENDAMP.

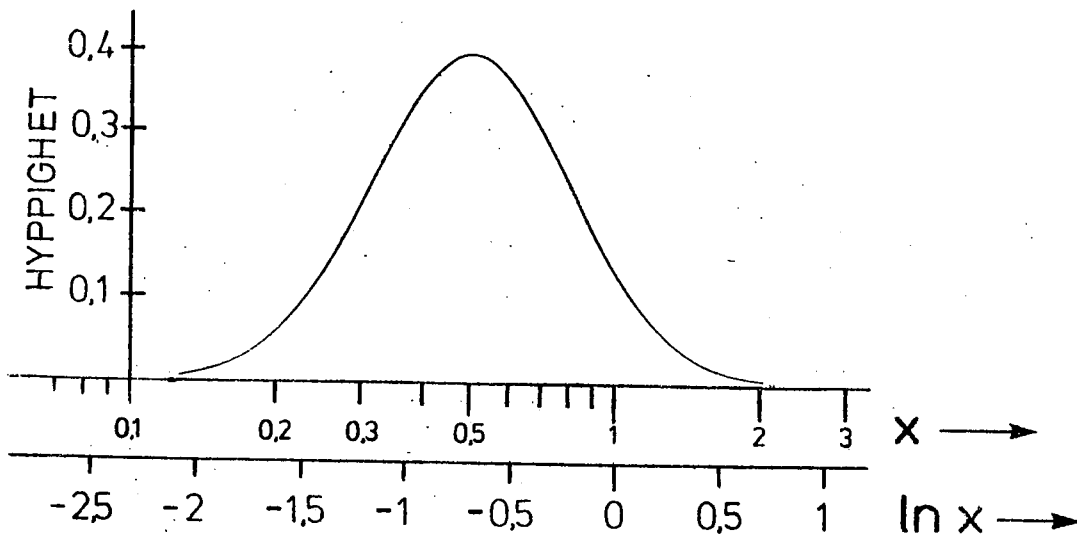
FIGUR 4



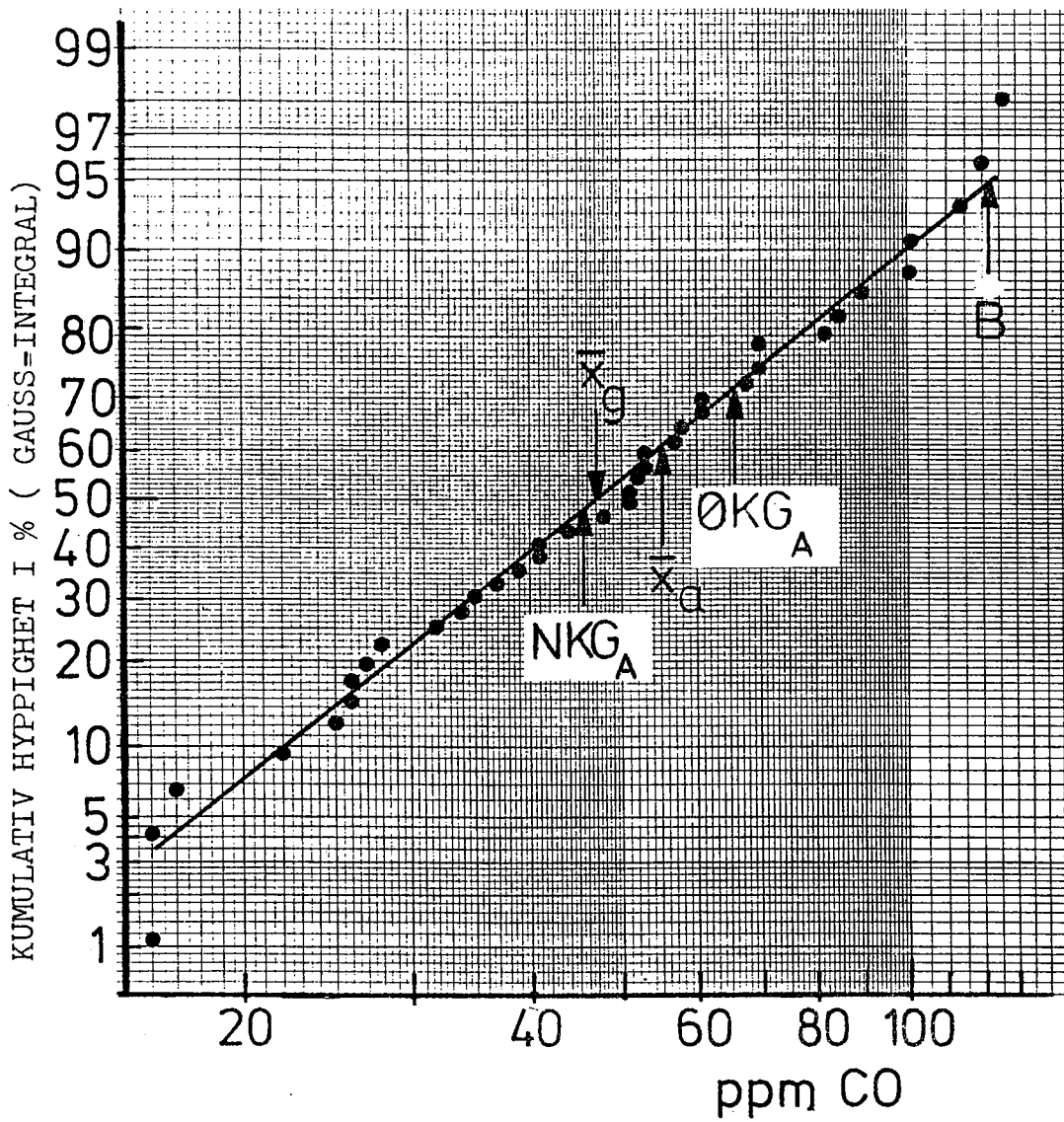
FIGUR 4. FLYTSKJEMA FOR PRØVETAKINGSSTRATEGI



FIGUR 5. LOGNORMAL FORDELING MED LINJÆR AKSE FOR KONSENTRASJON

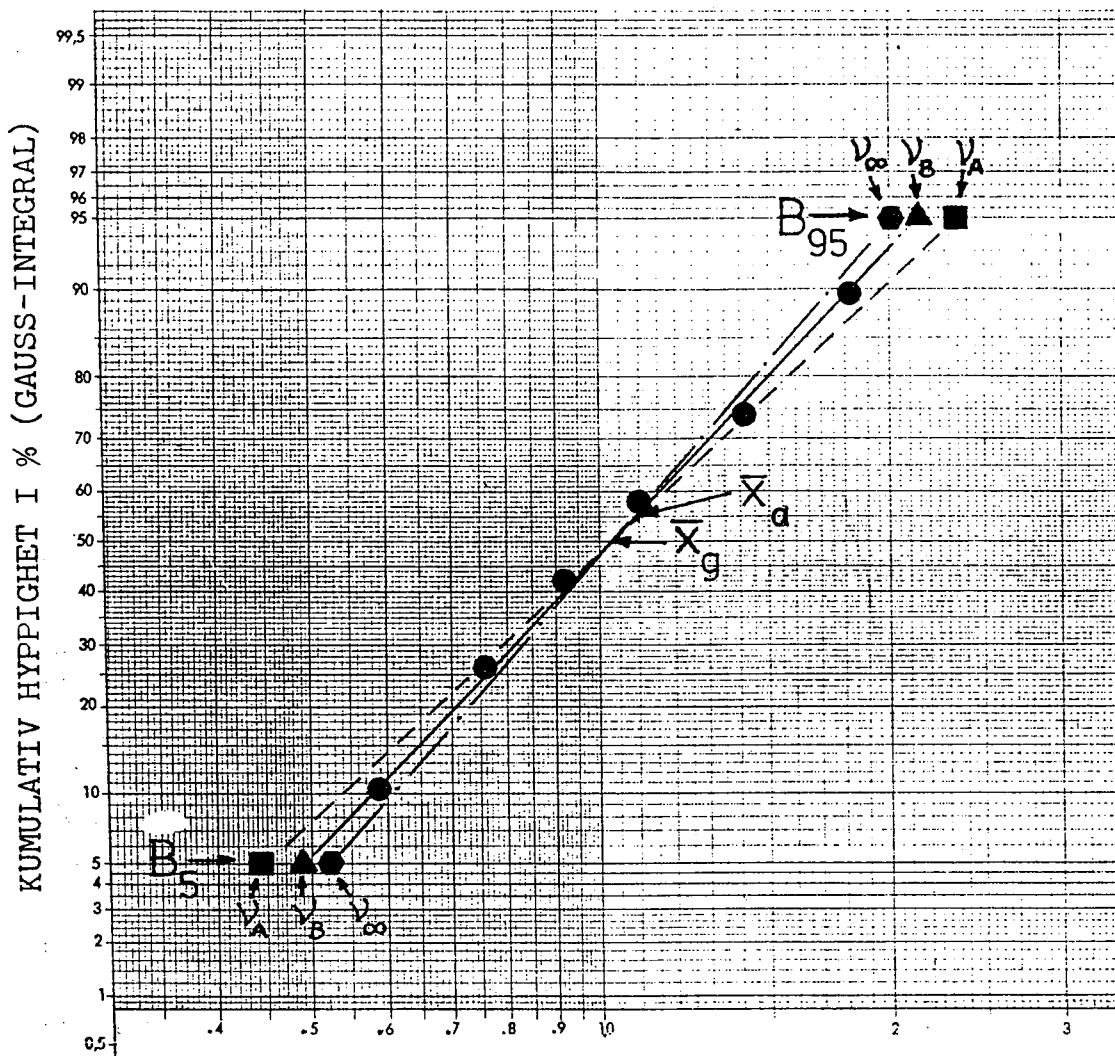


FIGUR 6. LOGNORMAL FORDELING MED LINJÆR AKSE FOR LOGARITMENE TIL KONSENTRASJONENE x OG LOGARITMISK AKSE FOR x . LOGARITMENE HAR EN NORMAL FORDELING



FIGUR 7. FORDELINGSLINJE PÅ LOGARITMISK SANNSYNLIGHETSPAPIR FOR 38 CO-MÅLINGER

FIGUR 8



FIGUR 8. FORDELINGSLINJER TRUKKET MELLOM B_5 OG B_{95} PÅ
 LOGARITMISK SANNSYNLIGHETSPAPIR FOR HENHOLDSVIS
 $v = \infty$, $v_A = 5$ OG $v_B = 11,25$.

TABELL 2

(Fortsetter på neste side.)

Antall prøver, n

Ordinal No.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Ordinal No.	
1	28.6	19.9	15.2	12.2	10.3	8.8	7.7	6.9	6.2	5.6	5.2	4.8	4.4	4.1	3.9	3.6	3.4	3.3	3.1	2.9	2.8	2.7	2.6	2.4	2.4	2.3	2.2	2.1	2.1	2.0	1	
2	71.4	50.0	38.3	31.0	26.0	22.5	19.7	17.6	15.8	14.4	13.2	12.2	11.4	10.6	9.9	9.4	8.9	8.4	8.0	7.7	7.2	6.8	6.7	6.4	6.2	5.9	5.7	5.5	5.3	5.2	2	
3	80.1	61.7	50.0	42.0	36.2	31.8	28.4	25.6	23.3	21.4	19.8	18.4	17.2	16.1	15.2	14.3	13.6	12.9	12.3	11.7	11.3	10.7	10.4	9.9	9.5	9.2	8.9	8.7	8.4	3		
4	84.8	69.0	58.0	50.0	43.9	39.2	35.3	32.2	29.6	27.3	25.4	23.7	22.3	21.0	19.8	18.8	17.9	17.1	16.4	15.6	14.9	14.2	13.8	13.3	12.7	12.3	11.9	11.5	11.2	4		
5	87.8	74.0	63.8	56.1	50.0	45.1	41.1	37.8	34.9	32.4	30.3	28.4	26.8	25.3	24.0	22.8	21.8	20.6	19.8	18.9	18.1	17.6	16.9	16.4	15.9	15.2	14.7	14.4	14.1	5		
6	89.7	77.5	68.2	60.8	54.9	50.0	45.9	42.5	39.5	36.5	34.6	32.6	30.8	29.2	27.8	26.4	25.1	24.2	23.3	22.4	21.5	20.6	19.8	19.2	18.7	18.1	17.5	17.0	16.6	6		
7	91.2	80.3	71.6	64.7	58.9	54.1	50.0	46.5	43.4	40.7	38.4	36.3	34.4	32.7	31.2	29.8	28.4	27.4	26.1	25.1	24.2	23.3	22.7	22.1	21.8	21.2	20.7	20.2	19.8	7		
8	92.3	82.4	74.4	67.8	62.2	57.5	53.5	50.0	46.9	44.2	41.8	39.6	37.6	35.9	34.1	32.6	31.6	30.2	29.1	28.1	27.1	26.1	25.1	24.6	24.1	23.6	23.1	22.6	22.1	21.6	8	
9	93.1	84.2	76.7	70.4	65.1	60.5	56.6	53.1	50.0	47.2	44.8	42.6	40.5	38.6	37.1	35.6	34.1	33.0	31.6	30.5	29.5	28.4	27.4	26.4	25.4	24.4	23.4	22.4	21.4	20.4	9	
10	93.8	85.6	78.6	72.7	67.6	63.1	59.3	55.8	52.8	50.0	47.5	45.2	43.3	41.3	39.7	38.2	36.7	35.2	34.1	33.0	31.9	30.9	30.0	29.0	28.0	27.0	26.0	25.0	24.0	23.0	10	
11	94.4	86.8	80.2	74.6	69.7	65.4	61.6	58.2	55.2	52.5	50.0	47.6	45.6	43.6	42.1	40.5	39.0	37.4	36.3	35.2	34.1	33.0	31.9	30.9	30.0	29.0	28.0	27.0	26.0	25.0	11	
12	94.8	87.8	81.6	76.3	71.6	67.4	63.7	60.4	57.4	54.8	52.4	50.0	48.0	46.0	44.4	42.5	41.3	39.7	38.6	37.1	36.0	35.0	34.0	33.0	32.0	31.0	30.0	29.0	28.0	27.0	26.0	12
13	95.2	88.6	82.8	77.7	73.2	69.2	65.6	62.4	59.5	56.7	54.4	52.0	50.0	48.0	46.4	44.8	43.3	41.7	40.5	39.3	38.2	37.1	36.0	35.0	34.0	33.0	32.0	31.0	30.0	29.0	28.0	13
14	95.6	89.4	83.9	79.0	74.7	70.8	67.3	64.1	61.4	58.7	56.4	54.0	52.0	50.0	48.0	46.4	44.8	43.3	41.7	40.5	39.3	38.2	37.1	36.0	35.0	34.0	33.0	32.0	31.0	30.0	29.0	14
15	95.9	90.1	84.8	80.2	76.0	72.2	68.8	65.9	62.9	60.3	57.9	55.6	53.6	51.6	50.0	48.4	46.8	45.3	43.7	42.5	41.3	40.2	39.1	38.0	37.0	36.0	35.0	34.0	33.0	32.0	31.0	15
16	96.1	90.6	85.7	81.2	77.2	73.6	70.2	67.4	64.4	61.8	59.5	57.5	55.6	53.6	51.6	50.0	48.4	46.8	45.3	43.7	42.5	41.3	40.2	39.1	38.0	37.0	36.0	35.0	34.0	33.0	32.0	16
17	96.4	91.1	86.4	82.1	78.2	74.9	71.6	68.4	65.9	63.3	61.0	58.7	56.7	54.8	53.2	51.6	50.0	48.4	46.8	45.3	43.7	42.5	41.3	40.2	39.1	38.0	37.0	36.0	35.0	34.0	33.0	17
18	96.6	91.6	87.1	82.9	79.4	75.8	72.6	69.8	67.0	64.6	62.3	60.3	58.4	56.6	54.8	53.2	51.6	50.0	48.4	46.8	45.3	43.7	42.5	41.3	40.2	39.1	38.0	37.0	36.0	35.0	34.0	18
19	96.7	92.0	87.7	83.6	80.2	76.7	73.9	70.9	68.4	65.9	63.7	61.4	59.5	57.5	55.6	53.6	51.6	50.0	48.4	46.8	45.3	43.7	42.5	41.3	40.2	39.1	38.0	37.0	36.0	35.0	34.0	19
20	96.9	92.3	88.3	84.4	81.1	77.6	74.9	71.9	69.5	67.0	64.8	62.9	61.0	59.1	57.2	55.3	53.4	51.5	49.6	47.7	45.8	43.9	42.0	40.1	38.2	36.3	34.4	32.5	30.6	28.7	26.8	20
21	97.1	92.8	88.7	85.1	81.9	78.5	75.8	72.9	70.5	68.1	65.9	63.7	61.6	59.5	57.4	55.3	53.2	51.1	49.0	46.9	44.8	42.7	40.6	38.5	36.4	34.3	32.2	30.1	28.0	25.9	23.8	21
22	97.2	93.2	89.3	85.8	82.4	79.4	76.4	73.4	70.9	68.4	66.0	63.6	61.2	58.8	56.4	54.0	51.6	49.2	46.8	44.4	42.0	39.6	37.2	34.8	32.4	30.0	27.6	25.2	22.8	20.4	18.0	22
23	97.3	93.3	89.6	86.2	83.1	80.2	77.3	74.3	71.8	69.3	66.8	64.3	61.8	59.3	56.8	54.3	51.8	49.3	46.8	44.3	41.8	39.3	36.8	34.3	31.8	29.3	26.8	24.3	21.8	19.3	16.8	23
24	97.4	93.6	90.1	86.7	83.6	80.5	77.5	74.5	71.9	69.3	66.7	64.1	61.5	58.9	56.3	53.7	51.1	48.5	45.9	43.3	40.7	38.1	35.5	32.9	30.3	27.7	25.1	22.5	19.9	17.3	14.7	24
25	97.6	93.8	90.5	87.3	84.1	81.1	78.1	75.1	72.5	69.9	67.3	64.7	62.1	59.5	56.9	54.3	51.7	49.1	46.5	43.9	41.3	38.7	36.1	33.5	30.9	28.3	25.7	23.1	20.5	17.9	15.3	25
26	97.6	94.1	90.8	87.7	84.8	82.1	79.2	76.3	73.4	70.5	67.6	64.7	61.8	58.9	56.0	53.1	50.2	47.3	44.4	41.5	38.6	35.7	32.8	30.0	27.1	24.2	21.3	18.4	15.5	12.6	9.7	26
27	97.7	94.3	91.1	88.1	85.3	82.5	79.6	76.7	73.8	70.9	68.0	65.1	62.2	59.3	56.4	53.5	50.6	47.7	44.8	41.9	39.0	36.1	33.2	30.3	27.4	24.5	21.6	18.7	15.8	12.9	10.0	27
28	97.8	94.5	91.3	88.5	85.7	82.9	80.0	77.1	74.2	71.3	68.4	65.5	62.6	59.7	56.8	53.9	51.0	48.1	45.2	42.3	39.4	36.5	33.6	30.7	27.8	24.9	22.0	19.1	16.2	13.3	10.4	28
29	97.9	94.7	91.6	88.8	86.0	83.2	80.3	77.4	74.5	71.6	68.7	65.8	62.9	60.0	57.1	54.2	51.3	48.4	45.5	42.6	39.7	36.8	33.9	31.0	28.1	25.2	22.3	19.4	16.5	13.6	10.7	29
30	97.9	94.8	91.8	89.0	86.2	83.4	80.5	77.6	74.7	71.8	68.9	66.0	63.1	60.2	57.3	54.4	51.5	48.6	45.7	42.8	39.9	37.0	34.1	31.2	28.3	25.4	22.5	19.6	16.7	13.8	10.9	30
31	98.0	95.1	92.2	89.4	86.6	83.8	80.9	78.0	75.1	72.2	69.3	66.4	63.5	60.6	57.7	54.8	51.9	49.0	46.1	43.2	40.3	37.4	34.5	31.6	28.7	25.8	22.9	20.0	17.1	14.2	11.3	31

References:

- (1) Statistical Tables for Biological Agricultural and Medical Research, by Fisher and Yates, Hafner Pub. Co., '63, Table XX, 94-95
- (2) Tables of Normal Probability Functions, U. S. Government Printing Office, '53, Table I, 2-338
- (3) Pearson, E. and Hartley, H., Biometrika Tables for Statisticians Volume I, Cambridge University Press, '56, Table 28, 175, Table 1, 106-110
- (4) Harter, H. Leon, Expected Values of Normal Order Statistics, ARL Technical Report 60-292, Wright-Patterson Air Force Base, July '60

Prøvens nr. etter økende måleverdier

TABELL 2. KUMULATIV % HYPPIGHET SOM FUNKSJON AV ANTALL PRØVER OG PRØVENES NR. ETTER STIGENDE VERDI.

Antall prøver, n

No.	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	No.
1	1.92	1.88	1.83	1.74	1.70	1.66	1.62	1.58	1.54	1.50	1.46	1.43	1.39	1.36	1.32	1.32	1.29	1.25	1.22	1
2	4.9	4.8	4.6	4.6	4.5	4.3	4.2	4.1	4.0	3.9	3.8	3.7	3.6	3.5	3.4	3.4	3.3	3.2	3.2	2
3	8.1	7.8	7.6	7.4	7.2	6.9	6.8	6.7	6.4	6.3	6.2	6.1	5.8	5.7	5.6	5.5	5.4	5.3	5.2	3
4	11.1	10.9	10.6	10.2	10.0	9.7	9.4	9.2	9.0	8.7	8.5	8.4	8.1	7.9	7.8	7.6	7.5	7.4	7.2	4
5	14.2	13.8	13.3	13.1	12.7	12.3	12.1	11.7	11.5	11.1	10.9	10.6	10.4	10.2	10.0	9.7	9.5	9.3	9.2	5
6	17.4	16.9	16.4	15.9	15.4	15.2	14.7	14.2	14.0	13.6	13.3	12.9	12.7	12.3	12.1	11.9	11.7	11.3	11.1	6
7	20.6	19.8	19.2	18.7	18.1	17.9	17.4	16.9	16.4	16.1	15.6	15.4	14.9	14.7	14.2	14.0	13.8	13.3	13.1	7
8	23.6	23.0	22.4	21.5	20.9	20.3	19.8	19.5	18.9	18.4	18.1	17.6	17.1	16.9	16.4	16.1	15.9	15.4	15.2	8
9	26.8	25.8	25.1	24.3	23.6	23.0	22.7	22.1	21.5	20.9	20.3	20.0	19.5	18.9	18.7	18.1	17.9	17.4	17.1	9
10	29.8	28.8	28.1	27.4	26.6	25.8	25.1	24.5	23.9	23.3	22.7	22.4	21.8	21.2	20.9	20.3	20.0	19.5	19.2	10
11	33.0	31.9	30.9	30.2	29.5	28.4	27.8	27.1	26.4	25.8	25.1	24.5	23.9	23.6	23.0	22.4	22.1	21.5	21.2	11
12	35.9	34.8	34.1	33.0	31.9	31.2	30.5	29.5	28.8	28.1	27.4	26.8	26.1	25.8	25.1	24.5	24.2	23.6	23.0	12
13	39.0	37.8	36.7	35.9	34.8	33.7	33.0	32.3	31.2	30.5	29.8	29.1	28.4	27.8	27.4	26.7	26.1	25.5	25.1	13
14	42.1	40.9	39.7	38.6	37.4	36.7	35.6	34.8	33.7	33.0	32.3	31.6	30.9	30.2	29.5	28.8	28.1	27.8	27.1	14
15	45.2	44.0	42.9	41.3	40.5	39.4	38.2	37.1	36.3	35.6	34.5	33.7	33.0	32.3	31.6	30.9	30.2	29.8	29.1	15
16	48.4	46.8	45.6	44.4	43.3	42.1	40.9	39.7	39.0	37.8	37.1	35.9	35.2	34.5	33.7	33.0	32.3	31.6	31.2	16
17	51.6	50.0	48.4	47.2	46.0	44.4	43.6	42.5	41.3	40.1	39.4	38.6	37.4	36.7	35.9	35.2	34.5	33.7	33.0	17
18	54.8	53.2	51.6	50.0	48.8	47.2	46.0	44.8	43.6	42.9	41.7	40.9	39.7	39.0	38.2	37.4	36.7	35.9	35.2	18
19	57.9	56.0	54.4	52.8	51.2	50.0	48.8	47.6	46.4	45.2	44.0	43.3	42.1	41.3	40.1	39.4	38.6	37.8	37.1	19
20	61.0	59.1	57.1	55.6	54.0	52.8	51.2	50.0	48.8	47.6	46.4	45.2	44.4	43.3	42.5	41.7	40.5	39.7	39.0	20
21	64.1	62.2	60.3	58.7	56.7	55.6	54.0	52.4	51.2	50.0	48.8	47.6	46.4	45.6	44.4	43.6	42.9	41.7	40.9	21
22	67.0	65.2	63.3	61.4	59.5	57.9	56.4	55.2	53.6	52.4	51.2	50.0	48.8	47.6	46.8	45.6	44.8	44.0	42.9	22
23	70.2	68.1	65.9	64.1	62.6	60.6	59.1	57.5	56.4	54.8	53.6	52.4	51.2	50.0	48.8	48.0	46.8	46.0	44.8	23
24	73.2	71.2	69.1	67.0	65.2	63.3	61.8	60.3	58.7	57.1	56.0	54.8	53.6	52.4	51.2	50.0	48.8	48.0	46.8	24
25	76.4	74.2	71.9	69.8	68.1	66.3	64.4	62.9	61.0	59.9	58.3	56.7	55.6	54.4	53.2	52.0	51.2	50.0	48.8	25
26	79.4	77.0	74.9	72.6	70.5	68.8	67.0	65.2	63.7	62.2	60.6	59.1	57.9	56.7	55.6	54.4	53.2	52.0	51.2	26
27	82.6	80.2	77.6	75.5	73.6	71.6	69.5	67.7	66.3	64.4	62.9	61.4	60.3	58.7	57.5	56.4	55.2	54.0	53.2	27
28	85.8	83.1	80.8	78.5	76.4	74.2	72.2	70.5	68.8	67.0	65.5	64.1	62.6	61.0	59.9	58.3	57.1	56.0	55.2	28
29	88.9	86.2	83.6	81.3	79.1	76.7	74.9	72.9	71.2	69.5	67.7	66.3	64.8	63.3	61.8	60.6	59.5	58.3	57.1	29
30	91.9	89.1	86.7	84.1	81.9	79.7	77.3	75.5	73.6	71.9	70.2	68.4	67.0	65.5	64.1	62.6	61.4	60.3	59.1	30
31	95.1	92.2	89.4	86.9	84.6	82.1	80.2	77.9	76.1	74.2	72.6	70.9	69.1	67.7	66.3	64.8	63.3	62.2	61.0	31
32	98.08	95.2	92.4	89.8	87.3	84.8	82.6	80.5	78.5	76.7	74.9	73.2	71.6	69.8	68.4	67.0	65.5	64.1	62.9	32
33	98.12	95.4	92.6	90.0	87.7	85.3	83.1	81.1	79.1	77.3	75.5	73.9	72.2	70.5	69.1	67.7	66.3	64.8	63.3	33
34	98.17	95.4	92.8	90.3	87.9	85.8	83.6	81.6	79.7	77.6	76.1	74.2	72.6	71.2	69.8	68.4	67.0	65.4	63.4	34
35	98.26	95.5	93.1	90.6	88.3	86.0	83.9	81.9	80.0	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	64.3	35
36	98.30	95.7	93.2	90.8	88.5	86.4	84.4	82.4	80.5	78.8	77.0	75.5	73.9	72.2	70.9	69.5	68.0	66.5	64.9	36
37	98.34	95.8	93.3	91.0	88.9	86.7	84.6	82.9	81.1	79.1	77.6	75.8	74.5	72.9	71.6	70.2	68.8	67.4	65.9	37
38	98.38	95.9	93.6	91.3	89.1	87.1	85.1	83.1	81.3	79.7	77.9	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	38
39	98.42	96.0	93.7	91.5	89.4	87.3	85.3	83.6	81.9	80.0	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	39
40	98.46	96.1	93.8	91.6	89.6	87.7	85.8	83.9	82.1	80.0	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	40
41	98.50	96.2	94.0	91.9	89.9	87.9	86.0	84.1	82.1	80.0	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	41
42	98.54	96.3	94.2	92.1	90.0	88.0	86.0	84.1	82.1	80.0	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	42
43	98.57	96.4	94.3	92.2	90.1	88.1	86.1	84.1	82.1	80.0	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	43
44	98.61	96.5	94.4	92.3	90.2	88.2	86.2	84.2	82.2	80.1	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	44
45	98.64	96.6	94.5	92.4	90.3	88.3	86.3	84.3	82.3	80.2	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	45
46	98.68	96.6	94.5	92.4	90.3	88.3	86.3	84.3	82.3	80.2	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	46
47	98.71	96.7	94.6	92.5	90.4	88.4	86.4	84.4	82.4	80.3	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	47
48	98.75	96.8	94.7	92.6	90.5	88.5	86.5	84.5	82.5	80.4	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	48
49	98.78	96.8	94.8	92.7	90.6	88.6	86.6	84.6	82.6	80.5	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	49
50	98.81	96.9	94.9	92.8	90.7	88.7	86.7	84.7	82.7	80.6	78.2	76.4	74.9	73.2	71.9	70.2	68.8	67.4	65.9	50

For sample sizes larger than 50 plotting position is estimated as:

100 (ordinal number - 0.5) / sample size

EXAMPLE:

Sample Size Ordinal number
51

0.98 = $\frac{100(1-0.5)}{51}$ 1

2.94 = $\frac{100(2-0.5)}{51}$ 2

99.02 = $\frac{100(51-0.5)}{51}$ 51

Prøvens nr. etter økende måleverdier

Tallverdier for Student's t

Ensidig P%	75	80	90	95	97,5	98,75	99,5	99,75	99,95	
Tosidig P%	50	60	80	90	95	97,5	99	99,5	99,9	
Antall frihetsgrader ν	1	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	25.452	63.657		
	2	.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.205	9.925	14.089	31.598
	3	.765	.978	1.638	2.353	3.182	4.176	5.841	7.453	12.941
	4	.741	.941	1.533	2.132	2.776	3.495	4.604	5.598	8.610
	5	.727	.920	1.476	2.015	2.571	3.163	4.032	4.773	6.859
	6	.718	.906	1.440	1.943	2.447	2.969	3.707	4.317	5.959
	7	.711	.896	1.415	1.895	2.365	2.841	3.499	4.029	5.405
	8	.706	.889	1.397	1.860	2.306	2.752	3.355	3.832	5.041
	9	.703	.883	1.383	1.833	2.262	2.685	3.250	3.690	4.781
	10	.700	.879	1.372	1.812	2.228	2.634	3.169	3.581	4.587
	11	.697	.876	1.363	1.796	2.201	2.593	3.106	3.497	4.437
	12	.695	.873	1.356	1.782	2.179	2.560	3.055	3.428	4.318
	13	.694	.870	1.350	1.771	2.160	2.533	3.012	3.372	4.221
	14	.692	.868	1.345	1.761	2.145	2.510	2.977	3.326	4.140
	15	.691	.866	1.341	1.753	2.131	2.490	2.947	3.286	4.073
	16	.690	.865	1.337	1.746	2.120	2.473	2.921	3.252	4.015
	17	.689	.863	1.333	1.740	2.110	2.458	2.898	3.222	3.965
	18	.688	.862	1.330	1.734	2.101	2.445	2.878	3.197	3.922
	19	.688	.861	1.328	1.729	2.093	2.433	2.861	3.174	3.883
	20	.687	.860	1.325	1.725	2.086	2.423	2.845	3.153	3.850
	21	.686	.859	1.323	1.721	2.080	2.414	2.831	3.135	3.819
	22	.686	.858	1.321	1.717	2.074	2.406	2.819	3.119	3.792
	23	.685	.858	1.319	1.714	2.069	2.398	2.807	3.104	3.767
	24	.685	.857	1.318	1.711	2.064	2.391	2.797	3.090	3.745
	25	.684	.856	1.316	1.708	2.060	2.385	2.787	3.078	3.725
	26	.684	.856	1.315	1.706	2.056	2.379	2.779	3.067	3.707
	27	.684	.855	1.314	1.703	2.052	2.373	2.771	3.056	3.690
	28	.683	.855	1.313	1.701	2.048	2.368	2.763	3.047	3.674
	29	.683	.854	1.311	1.699	2.045	2.364	2.756	3.038	3.659
	30	.683	.854	1.310	1.697	2.042	2.360	2.750	3.030	3.646
35	.682	.852	1.306	1.690	2.030	2.342	2.724	2.996	3.591	
40	.681	.851	1.303	1.684	2.021	2.329	2.704	2.971	3.551	
45	.680	.850	1.301	1.680	2.014	2.319	2.690	2.952	3.520	
50	.680	.849	1.299	1.676	2.008	2.310	2.678	2.937	3.496	
55	.679	.849	1.297	1.673	2.004	2.304	2.669	2.925	3.475	
60	.679	.848	1.296	1.671	2.000	2.299	2.660	2.915	3.460	
70	.678	.847	1.294	1.667	1.994	2.290	2.648	2.899	3.435	
80	.678	.847	1.293	1.665	1.989	2.284	2.638	2.887	3.416	
90	.678	.846	1.291	1.662	1.986	2.279	2.631	2.878	3.402	
100	.677	.846	1.290	1.661	1.982	2.276	2.625	2.871	3.390	
120	.677	.845	1.289	1.658	1.980	2.270	2.617	2.860	3.373	
∞	.6745	.8416	1.2816	1.6448	1.9600	2.2414	2.5758	2.8070	3.2905	
Tosidig p	0.5	0.4	0.2	0.1	0.05	.025	.01	.005	.001	
Ensidig p	0.25	0.2	0.1	0.05	.025	.0125	.005	.0025	.0005	

TABELL 3. EN- OG TOSIDIGE VERDIER FOR STUDENT'S t SOM FUNKSJON AV ANTALL FRIHETSGRADER.

95% F- verdier

		Antall frihetsgrader for største s^2											
		1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞		
Antall frihetsgrader for minste s^2	1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	254,3		
	2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50		2
	3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53		3
	4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63		4
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36		5
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67		6
	7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23		7
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93		8
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71		9
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54		10
	11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40		11
	12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30		12
	13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21		13
	14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13		14
	15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07		15
	16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01		16
	17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96		17
	18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92		18
	19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88		19
	20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84		20
	21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81		21
	22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78		22
	23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76		23
	24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73		24
	25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71		25
	26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69		26
	27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67		27
	28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65		28
	29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64		29
	30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62		30
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51		40	
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39		60	
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25		120	
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00		∞	
		1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞		
		Antall frihetsgrader for største s^2											

TABELL 4. F-VERDIER FOR ENSIDIG 95 % TEST.